

Intégration d'un outil
numérique dans une
séquence
d'enseignement des
mathématiques

1. Contexte

Ce dossier présente une courte séquence d'enseignement des mathématiques de trois périodes qui intègre un outil numérique.

Au cours de cette séquence numérique, les élèves sont amenés à résoudre, à l'aide de GeoGebra, la tâche FA359 issue des moyens d'enseignement romands de mathématiques de 11^{ème} année. Le but de cette tâche est de trouver l'aire minimale d'un quadrilatère inscrit dans un carré en modélisant cette aire à l'aide d'une fonction. Dans un premier temps, les élèves utilisent l'application de géométrie de GeoGebra¹ pour conjecturer une solution. Pour cela, à l'aide d'une marche à suivre précise (voir annexe 1), les élèves construisent la figure à étudier et déterminent son aire sur GeoGebra. Les élèves déplacent alors les sommets du quadrilatère inscrit pour tenter de trouver l'aire minimale de ce dernier. Dans un deuxième temps, les élèves utilisent la calculatrice graphique de GeoGebra² pour représenter graphiquement l'aire du quadrilatère inscrit en fonction de la position de ses sommets. Finalement, les élèves trouvent l'aire minimale en utilisant les fonctionnalités de la calculatrice graphique de GeoGebra. La planification détaillée de cette séquence est disponible dans l'annexe 2.

Le public cible pour cette séquence numérique est une classe de mathématiques de 11^{ème} ou 12^{ème} année. C'est un projet qui demande de nombreux prérequis en mathématiques et qui a sa place plutôt en fin d'année scolaire. En effet, il faudrait avoir déjà étudié les fonctions et avoir de bonnes bases en calcul littéral pour se lancer dans cette activité. De plus, il serait recommandé d'avoir déjà travaillé avec les élèves sur GeoGebra avant le déroulement de cette séquence.

2. Objectifs pédagogiques de l'activité

À la fin de l'activité, les élèves seront capables d' :

- utiliser le logiciel de géométrie dynamique de GeoGebra pour construire une figure en suivant une marche à suivre donnée.
- utiliser la calculatrice graphique de GeoGebra pour représenter graphiquement une fonction, construire un tableau de valeurs et identifier un extremum.

Annexes

Annexe 1

Feuille de route distribuée aux élèves

¹ Disponible au lien suivant : <https://www.geogebra.org/geometry>

² Disponible au lien suivant : <https://www.geogebra.org/graphing>

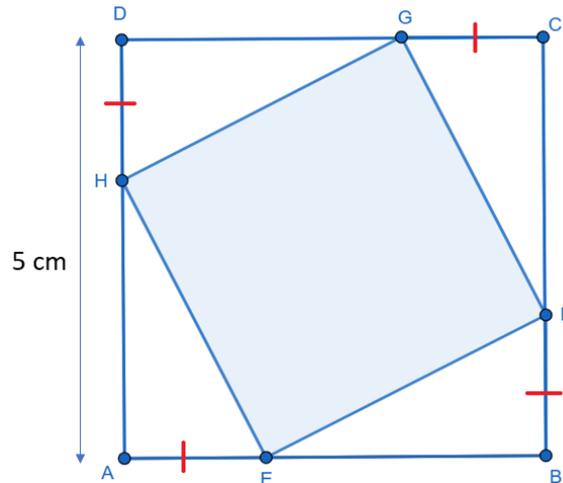
Modélisation numérique

1. Partie géométrique

Crée un fichier Word. Écris ton prénom et la date en en-tête. Puis, écris le titre « Modélisation numérique » et le sous-titre « Partie géométrique ».

Ensuite, rends-toi sur la page suivante : <https://www.geogebra.org/geometry>

À l'aide des différents outils proposés sur l'application de géométrie de GeoGebra, tu vas construire la figure représentée ci-dessous. ABCD est un carré de côté 5 cm. E, F, G et H sont des points situés respectivement sur AB, BC, CD, DA tels que $AE = BF = CG = DH$.



Pour réaliser cette construction, suis les étapes suivantes **dans l'ordre**.

Étapes de construction

1) Tout d'abord, clique sur « Plus » tout en bas des outils et encore une nouvelle fois sur « Plus » tout en bas. Cela fait apparaître des outils supplémentaires.

2) Trace un segment AB de 5 cm de long. Pour cela, clique sur l'outil « Segment de longueur », puis place un point A et écris « 5 » comme longueur dans la fenêtre qui s'ouvre.

Lignes



3) Construis un carré ABCD. Pour cela, clique sur l'outil « Polygone régulier » puis sélectionne successivement le point A puis le point B. Choisis « 4 » points dans la fenêtre qui s'affiche.

Polygones



Remarque : Si ta figure n'est plus dans ton champ de vision, tu peux utiliser l'outil « Déplacer » pour recentrer la zone. Tu peux également utiliser la loupe en bas à droite pour agrandir ou réduire ta figure si nécessaire.

Basiques

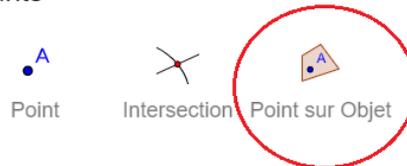


4) À l'aide de l'outil « Déplacer », sélectionne l'intérieur du carré ABCD. Clique sur l'icône de couleur et déplace le curseur à 0 pour enlever le remplissage coloré du carré.



5) Place un point E sur le côté AB du carré. Pour cela, clique sur l'outil « Point sur Objet » et ensuite clique sur le segment AB à l'endroit où tu souhaites placer le point E.

Points



6) Construis un cercle de centre B et de rayon égal à la distance AE. Pour cela, clique sur l'outil « Cercle (centre-rayon) », puis sur le point B et écris « AE » comme rayon dans la fenêtre qui s'affiche.

Cercles



7) Construis un cercle de centre C et de rayon égal à la distance AE, puis un autre cercle de centre D et de rayon égal à la distance AE. La démarche est similaire à l'étape précédente.

8) Trouve l'intersection entre le cercle de centre B et le segment BC. Cette intersection correspond au point F. Pour faire cela, clique sur l'outil « Intersection » puis sur le cercle de centre B puis successivement sur le segment BC.

Points

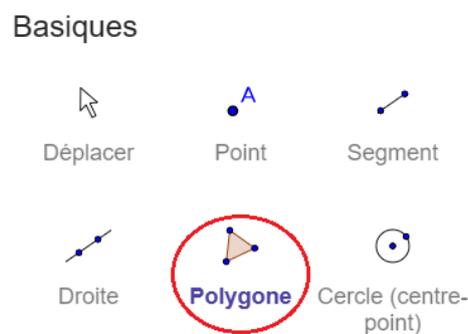


9) Trouve l'intersection entre le cercle de centre C et le segment DC, puis ensuite l'intersection entre le cercle de centre D et le segment AD. *La démarche est similaire à l'étape précédente.*

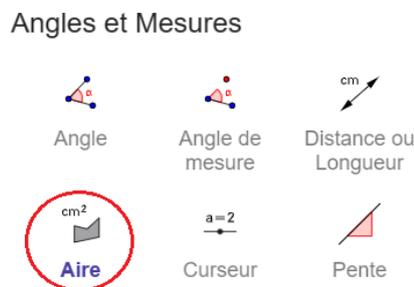
10) Tu peux cacher les cercles en cliquant sur l'outil « Afficher/cacher l'objet » puis sur les trois cercles que tu souhaites cacher.



11) Trace le quadrilatère EFGH. Pour cela, clique sur l'outil « Polygone » et sélectionne successivement les points E, F, G et H et à nouveau E pour fermer le Polygone.



12) Clique sur l'outil « Aire » et sélectionne l'intérieur du quadrilatère EFGH. Cet outil te donne l'aire du quadrilatère EFGH en cm^2 .



Insérer ta construction dans le fichier Word que tu as créé. Pour cela, tu peux cliquer sur les trois barres horizontales tout en haut à gauche de l'écran puis sur « Exporter image » et « Copier dans presse papier ». **Attention, ne quitte pas la page de GeoGebra !**

Tu peux ensuite coller ta figure dans ton fichier Word à l'endroit souhaité.

Retourne sur ta construction sur GeoGebra. À présent, tu vas manipuler ta construction et en déduire certaines propriétés. Réponds aux questions suivantes dans ton fichier Word.

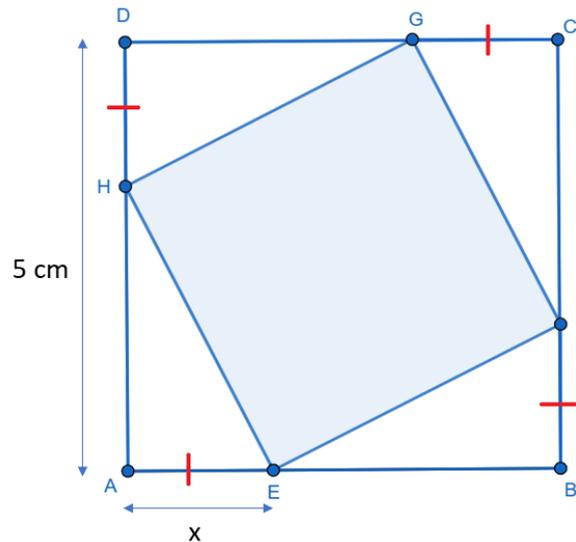
Question 1 : Déplace le point E sur le côté AB, en utilisant l'outil « Déplacer ». Quand tu déplaces le point E, l'aire du quadrilatère EFGH varie. Arrives-tu à déterminer l'aire minimale du quadrilatère EFGH ? **Insère la figure** où l'aire du quadrilatère EFGH est minimale dans ton fichier Word.

Question 2 : Quelle est la nature du quadrilatère EFGH ? Pour répondre à cette question, tu peux t'aider des outils « Distance ou longueur » et « Angle » sur GeoGebra. Pour savoir comment utiliser ces outils, utilise l'aide proposée par GeoGebra. **Insère la figure** obtenue dans ton fichier Word.

2. Partie algébrique et fonctionnelle

Dans cette partie, tu vas chercher une formule te permettant de calculer l'aire du quadrilatère EFGH pour n'importe quelle position du point E.

Nous savons que la longueur des côtés du carré ABCD est de 5 cm et nous savons également que $AE = BF = CG = DH$. Par contre, la longueur AE est inconnue. Nous allons donc utiliser une inconnue x pour désigner cette longueur. Ainsi nous avons : $AE = BF = CG = DH = x$.



Dans ton fichier Word, écris le sous-titre « Partie algébrique et fonctionnelle », puis réponds aux questions suivantes.

Question 1 : Exprime l'aire A du quadrilatère EFGH en fonction de x . **Avant de passer à l'étape suivante, vérifie ton expression auprès de ton enseignant(e).**

Question 2 : Quelle est la valeur maximale que peut prendre x ? Et la valeur minimale ?

Question 3 : Observe l'expression $A(x)$. À quel type de fonction cette expression correspond-elle (affine, linéaire, constante, quadratique, homographique, exponentielle, cubique ...) ?

Rends toi à présent sur la page <https://www.geogebra.org/graphing> et suis les étapes suivantes **dans l'ordre**.

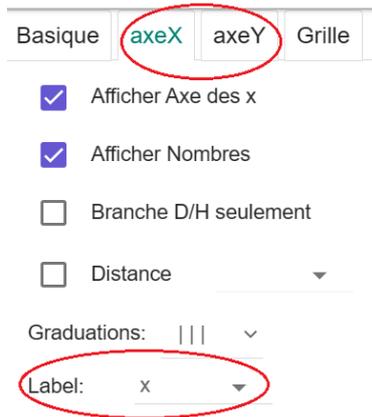
Étapes

1) Sur la calculatrice graphique de GeoGebra, trace la représentation graphique de l'aire A du quadrilatère EFGH en fonction de x . Pour cela, écris dans la zone de saisie l'expression $A(x)$ que tu as trouvée à la question 1.



2) Afin que la courbe soit dans le champ de vision, déplace la zone et utilise la loupe pour agrandir ou réduire la zone.

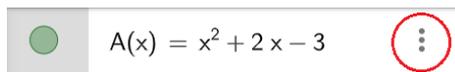
3) Ajoute le nom des axes. Pour cela va dans les paramètres , sous « Propriétés » et dans l'onglet « axeX » écris x dans la partie « Label ». Et écris **Aire** dans la partie « Label » de l'onglet « axeY ».



4) **Insère la représentation graphique** obtenue dans ton fichier Word. Tu peux cliquer sur « Exporter image » et « Copier dans presse papier ». **Attention ne quitte pas la page de GeoGebra !** Tu peux ensuite coller ta figure dans ton fichier Word à l'endroit souhaité.

5) Réalise un tableau de valeurs de l'aire A en fonction de diverses valeurs de x. Pour cela, clique sur les 3 points à côté de l'expression fonctionnelle.

Exemple :



Clique ensuite sur « Tableau de valeurs ». Choisis 0.5 comme « Valeur initiale pour x » et 4.5 comme « Valeur finale pour x ». Et choisis un « pas » de 0.5.

Fais **une capture d'écran du tableau** de valeurs et **insère-la dans ton fichier Word**.

Réponds aux questions qui suivent dans ton **fichier Word**.

Pour répondre à ces questions, tu peux utiliser le tableau de valeurs ou la représentation graphique que tu viens de réaliser sur GeoGebra. Tu peux également créer un nouveau tableau de valeurs sur GeoGebra avec davantage de valeurs de x, en modifiant le « pas ».

Question 4 : Détermine la valeur de l'aire A du quadrilatère EFGH quand $x = 1.7$ cm.

Question 5 : Détermine pour quelle(s) valeur(s) de x, l'aire A du quadrilatère EFGH vaut 14.5 cm^2 .

Question 6 : Détermine pour quelle valeur de x l'aire du quadrilatère EFGH est minimale. Pour cela, utilise la représentation graphique sur GeoGebra.

Remarque : Pour déterminer le minimum, tu peux également cliquer sur les 3 points à côté de l'expression fonctionnelle puis ensuite sur « Points spéciaux ». Le minimum est le point appelé « Extremum ».

Question 7 : Quelle est la valeur de l'aire minimale ? Compare l'aire minimale trouvée avec celle trouvée dans la partie géométrique. As-tu trouvé la même valeur ?

Annexe 2

Planification des leçons 1 et 2

	Temps estimé	Activité des élèves	Activité de l'enseignant(e)
Accueil Introduction Installation	10 min	<ul style="list-style-type: none"> - Écouter les consignes. - S'installer à côté de son binôme. - Aller chercher les ordinateurs (un par personne). - Prendre connaissance de la feuille de route. - Créer un fichier Word contenant les informations demandées. 	<ul style="list-style-type: none"> - Accueillir les élèves et leur expliquer les consignes. - Former des groupes de deux élèves. - Accompagner les élèves pour aller chercher les ordinateurs. - Distribuer la feuille de route (voir annexe 2). - Aider les élèves si nécessaire.
Début de la partie 1 et présentation de GeoGebra géométrie	10 min	<ul style="list-style-type: none"> - Écouter les consignes et les explications données par l'enseignant(e). - Poser des questions si nécessaire. - Ouvrir la page GeoGebra géométrie. 	<ul style="list-style-type: none"> - Expliquer le déroulement de la première partie du projet, les objectifs visés et les consignes. - Présenter l'application de géométrie de GeoGebra, ses fonctionnalités et outils principaux.
Réalisation de la partie 1	25 min	<ul style="list-style-type: none"> - Suivre les étapes de la marche à suivre, dans l'ordre, pour réaliser la construction géométrique et répondre aux questions dans le fichier Word. <p><i>Différenciation : Les élèves plus rapides peuvent explorer les outils non utilisés sur GeoGebra, améliorer l'esthétique de leur construction et/ou essayer de voir comment réaliser la construction différemment.</i></p>	<ul style="list-style-type: none"> - Circuler dans les rangs, répondre aux questions des élèves, les guider et vérifier ce qu'ils font. - Reprendre en collectif certains points si nécessaire.
Début de la partie 2	5 min	<ul style="list-style-type: none"> - Écouter les consignes et les explications et poser des questions si nécessaire. 	<ul style="list-style-type: none"> - Expliquer le déroulement de la seconde partie du projet, les objectifs visés et les consignes.
Expression fonctionnelle	10 min	<ul style="list-style-type: none"> - Répondre aux questions 1 à 3 (sans utiliser GeoGebra). 	<ul style="list-style-type: none"> - Circuler dans les rangs pour guider les élèves et répondre à leurs éventuelles questions. - Faire une mise en commun des réponses aux trois premières questions de la seconde partie du projet.

Calculatrice graphique de GeoGebra	5 min	<ul style="list-style-type: none"> - Ouvrir la calculatrice graphique de GeoGebra sur l'ordinateur. 	<ul style="list-style-type: none"> - Présenter la calculatrice graphique de GeoGebra, ses fonctionnalités et les outils qui seront utilisés.
Réalisation de la partie 2	20 min	<ul style="list-style-type: none"> - Suivre les étapes de la marche à suivre, dans l'ordre, pour réaliser la représentation graphique et le tableau de valeurs. - Insérer les captures d'écran demandées dans le fichier Word. - Répondre aux questions 4 à 7 dans le fichier Word. 	<ul style="list-style-type: none"> - Circuler dans les rangs, répondre aux questions des élèves, les guider et vérifier ce qu'ils font. - Reprendre en collectif certains points si nécessaire.
Fin de la leçon	5 min	<ul style="list-style-type: none"> - Envoyer le fichier Word à l'enseignant(e). - Éteindre les ordinateurs, les ramener et ranger sa place. 	<ul style="list-style-type: none"> - Aider les élèves si nécessaire. - Accompagner les élèves pour ramener les ordinateurs. - Conclure la leçon.

Planification de la leçon 3

	Temps estimé	Activité des élèves	Activité de l'enseignant(e)
Accueil Introduction	5 min	<ul style="list-style-type: none"> - Écouter les consignes. 	<ul style="list-style-type: none"> - Accueillir les élèves et leur expliquer le déroulement de la leçon.
Discussion sur GeoGebra	15 min	<ul style="list-style-type: none"> - Participer à la discussion. - Poser des questions si nécessaire. 	<ul style="list-style-type: none"> - Discuter des avantages et inconvénients de GeoGebra. - Bilan global sur les productions des élèves.
Retours individuels sur les productions des élèves	20 min	<ul style="list-style-type: none"> - <u>Groupe concerné par la rétroaction</u> : écouter et poser des questions si nécessaire. - <u>Autres groupes</u> : travailler individuellement (sur une autre tâche donnée par l'enseignant(e)). 	<ul style="list-style-type: none"> - Donner un feedback personnalisé à chaque groupe concernant la production rendue (quelques minutes par groupe). - <i>Remarque : il serait aussi possible d'annoter directement les fichiers Word rendus par les élèves et de renvoyer la version commentée aux élèves.</i>
Fin de la leçon	5 min	<ul style="list-style-type: none"> - Écouter et ranger sa place. 	<ul style="list-style-type: none"> - Conclure le projet numérique et la leçon.