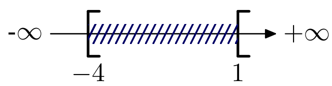
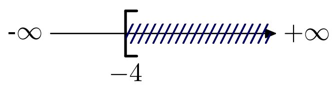
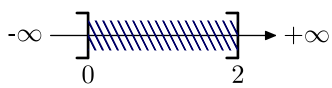
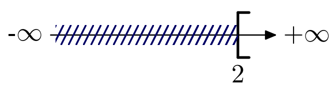
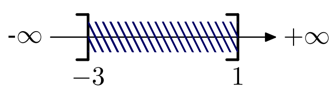
Les intervalles dans $\mathbb{R}$

A. Intervalle

Correction 1

		$-4 \leqslant x < 1$
a.		$x \geqslant -4$
b.		$]0\,;\,2]$
c.		$x < 2$
d.		$-3 < x \leqslant 1$

Correction 2

a. Tous les nombres de cet ensemble vérifie l'encadrement :
$-1 < x \leqslant 4$

b. Tous les nombres de cet ensemble vérifie l'encadrement :
$-1 < x < 4$

c. Tous les nombres de cet ensemble vérifie l'encadrement :
$-1 \leqslant x < 4$

d. Tous les nombres de cet ensemble vérifie l'encadrement :
$-1 \leqslant x \leqslant 4$

Correction 3

a. $]-\infty\,;-3[$ b. $]-1\,;4[$ c. $]1\,;+\infty[$

Correction 4

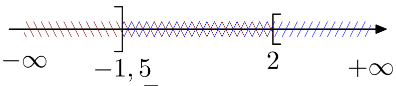
Compléter à l'aide des symboles $\in$ et $\notin$:

a. $\pi \in]3{,}14; 5]$ b. $3 \notin [0; \frac{5}{2}[$ c. $\sqrt{2} \notin [2; 3]$

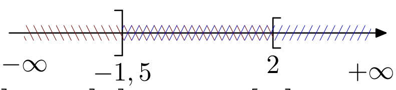
d. $0{,}33 \notin [\frac{1}{3}; 1]$ e. $-3 \notin [2; 4]$

B. Réunion et intersection d'intervalles

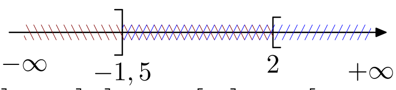
Correction 5

a. 

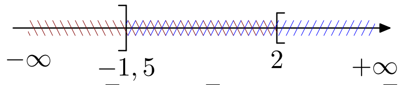
$[-1\,;\pi]\cup]\sqrt{2}\,;5[=[-1\,;5[$

b. 

$]-\infty\,;2]\cup]-1{,}5\,;+\infty[=]-\infty\,;+\infty[=\mathbb{R}$

c. 

$]-2\,;8]\cap]-\infty\,;3[=]-2\,;3[$

d. 

$]\infty\,;-\sqrt{3}]\cap[-\sqrt{3}\,;+\infty[=\{-\sqrt{3}\}$

Correction 6

1. a. $]-\infty\,;3]\cap[-2\,;5[=[-2\,;3]$

b. L'utilisation de la calculatrice permet d'écrire :
$$\frac{5}{2} < 3 < \pi < \sqrt{10}$$
Ainsi, on peut écrire :
$$\left[\frac{5}{2}\,;\sqrt{10}\right[\cap[3\,;\pi[=[3\,;\pi[$$

c. On a le classement suivant des bornes de ces deux intervalles :
$$-\frac{12}{5} < -\sqrt{3} < \sqrt{3} < \frac{9}{4}$$
$$\left]-\frac{12}{5}\,;\sqrt{3}\right[\cup\left[-\sqrt{3}\,;\frac{9}{4}\right[=\left]-\frac{12}{5}\,;\frac{9}{4}\right[$$

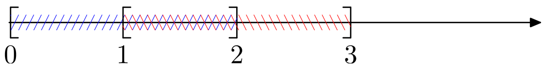
2. a. $]3\,;\sqrt{17}]\subset]-\infty\,;4]$: cette inclusion est fausse.

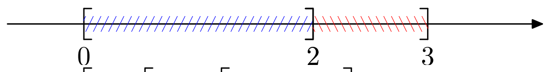
Car : $\sqrt{17}>4$.

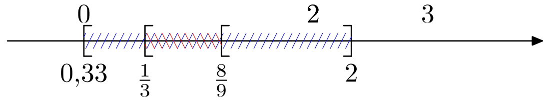
b. $\left[-\frac{2}{3}\,;\frac{\sqrt{2}}{2}\right[\subset\left]-1\,;\frac{1}{\sqrt{2}}\right]$: cette inclusion est vraie.

Car : $-\frac{2}{3}>-1$; $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{1\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Correction 7

1. a. 

b. 

c. 

2. a. $[0\,;\,2]\cup[1\,;\,3]\;=\;[0\,;\,3]$

$[0\,;\,2]\cap[1\,;\,3]\;=\;[1\,;\,2]$

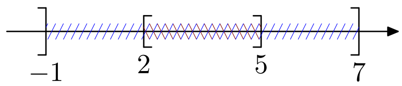
b. $[0\,;\,2]\cup]2\,;\,3]\;=\;[0\,;\,3]$

$[0\,;\,2]\cap]2\,;\,3]\;=\varnothing$

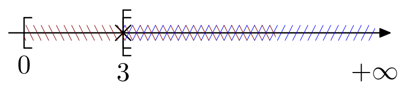
c. $[0{,}33\,;\,2]\cup\left[\frac{1}{3}\,;\,\frac{8}{9}\right]\;=\;[0{,}33\,;\,2]$

$[0{,}33\,;\,2]\cap\left[\frac{1}{3}\,;\,\frac{8}{9}\right]\;=\;\left[\frac{1}{3}\,;\,\frac{8}{9}\right]$

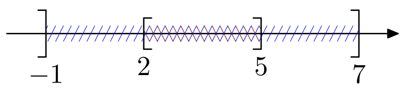
Correction 8

a. 

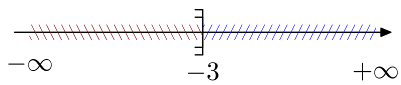
$[2\,;5]\;\cup\;]-1\,;7]=]-1\,;7]$

b. 

$]3\,;+\infty[\;\cup\;[0\,;3[\;\cup\;\{3\}=[0\,;+\infty[$

c. 

$[2\,;5]\;\cap\;]-1\,;7]=[2\,;5]$

d. 

$\left]-\infty\,;3\right] \cap \left]3\,;+\infty\right[=\varnothing$

Correction 9

1. Le fait que $b-a=1$ signifie que la longueur de l'intervalle $[a;b]$ est égale à 1. Si on choisit $a=\dfrac{3}{4}$, alors b devra être égal à $\dfrac{3}{4}+1=\dfrac{7}{4}$.
Or $\dfrac{7}{4}\leqslant\dfrac{5}{2}$, donc on a bien : $\left[\dfrac{3}{4}\,;\dfrac{7}{4}\right]\subset\left[\dfrac{3}{4}\,;\dfrac{5}{2}\right]$

2. Notons $A=\left[-2\,;1\right]$
$0\in A,\quad -\sqrt{2}\in A,\quad \sqrt{3}\notin A,\quad \dfrac{4}{3}\notin A\quad$ et $\quad\dfrac{\pi}{4}\in A$

3. a. $[1\,;2]$ b. $[-1\,;4]$ c. $[1\,;4]\cup[-4\,;-1]$
d. $[4\,;4]=\{4\}$ e. $Voir(**)$ f. $\left[1\,;\dfrac{3}{4}\right]$
$(**)$ Ici les deux intervalles $\left[-1\,;1\right]$ et $\left[2\,;3\right]$ n'ont aucun nombres en commun.
Ainsi, l'intersection ne comprend aucun élément : On dit que l'intersection est vide.
Ce qui se note : $[-1\,;1]\cap[2\,;3]=\varnothing$

Correction 10

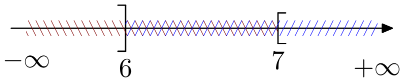
1. a. $\sqrt{2}\in]1\,;3[$ b. $\dfrac{2}{\sqrt{2}}\in\left[\sqrt{2}\,;5\right]$
c. $\dfrac{1-\sqrt{11}}{\sqrt{11}}\in\left]-\infty\,;0\right[$

2. a. $\left[1\,;6\right[\cup\left[3\,;8\right]=\left[1\,;8\right]$
$\left[1\,;6\right[\cap\left[3\,;8\right]=\left[3\,;6\right[$
b. $\left[-\sqrt{2}\,;\dfrac{1}{3}\right[\cup\left]\dfrac{1}{3}\,;5\right]=\left[-\sqrt{2}\,;5\right]-\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$
$\left[-\sqrt{2}\,;\dfrac{1}{3}\right[\cap\left]\dfrac{1}{3}\,;5\right]=\varnothing$
c. $\left]-\infty\,;\pi\right]\cup\left]1\,;+\infty\right[=\left]-\infty\,;+\infty\right[=\mathbb{R}$
$\left]-\infty\,;\pi\right]\cap\left]1\,;+\infty\right[=\left]1\,;\pi\right]$

Correction 11

- $$\begin{aligned}2x+4&<3x-2\\2x+4-4&<3x-2-4\\2x&<3x-6\\2x-3x&<3x-6-3x\\-x&<-6\\x&>6\end{aligned}$$
- $$\begin{aligned}3x-5&<2x+2\\3x-5+5&<2x+2+5\\3x&<2x+7\\3x-2x&<2x+7-2x\\x&<7\end{aligned}$$

Ci-dessous, sont représentés les ensembles des solutions de ces deux inéquations :



L'ensemble des nombres réalisant simultanément ces deux inéquations est l'intersection de l'ensemble des solutions de chacune d'elles :
$\mathcal{S}=\left]6\,;\,7\right[$

Correction 12

a. $\left[-4\,;1\right[\cup\{3\}$ b. $\left]-3{,}5\,;-1\right[\cup\left[0\,;1\right]$
c. $\left\{-2{,}5\,;\pi\,;\sqrt{21}\right\}$ d. $\left[-4\,;3\right]$

Correction 13

1. a. $\left[-4\,;1\right[$ b. $\left[-4\,;3\right]$
c. $\left]-3{,}5\,;1\right[\cup\left[0\,;1\right]$

2. a. $1\in\left]-0{,}2\,;3\right]$ b. $\pi\notin\left]0{,}5\,;3{,}1\right]$
c. $\sqrt{2}\in\left]1\,;2\right[$ d. $\dfrac{\sqrt{16}}{4}\in\left]-4\,;4\right[$
e. $\pi\in\left]3{,}1\,;4\right]$ f. $\dfrac{1}{3}\notin\left]0\,;0{,}33\right[$

