GYMNASE DE BURIER

Chapitre 3 - Puissances et Racines

Sarah Dégallier Rochat

1. Puissances à exposants entiers

Soit $a \in \mathbb{R}$ et $m, n \in \mathbb{N}$.

Règle générale	Exemple

Définition 1.1 Soit $a \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$. Dans l'expression a^n, on appelle a la base de la puissance et n son exposant.

Cas particulier : a^0

Que vaut $2^0 \cdot 2^3$?

Le même raisonnement s'applique pour tous les nombres réels non-nuls :

$$\boxed{a^0 = 1 \text{ pour tout } a \in \mathbb{R}^*}$$

Attention : 0^0 n'est pas défini.

Soit $a, b \in \mathbb{R}$ et $n \in \mathbb{N}$.

Règle générale	Exemple

2. Puissances à exposants négatifs

Que vaut 2^{-3} ?

$$2^3 \cdot 2^{-3} = 2^{3+(-3)} = 2^0 = 1 \qquad \Rightarrow \qquad 2^{-3} = \frac{1}{2^3}$$

Soit $a \in \mathbb{R}^*$ et $n \in \mathbb{N}$, alors

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$$

Exemples :

- $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$
- $(-1)^{-11} = \frac{1}{(-1)^{11}} = \frac{1}{-1} = -1$
- $\frac{1}{4^{-3}} = 4^{-(-3)} = 4^3$

Soit $a, b \in \mathbb{R}$, b non nul, et $m, n \in \mathbb{N}$.

Règle générale	Exemple

3. Les racines

Exemple 3.1 Que vaut x si ...

- ... $x^2 = 9$?
- ... $x^2 = 144$?
- ... $x^2 = 64$?

Définition 3.1 On appelle racine carrée de x et l'on note $\sqrt{x}$ le nombre réel **positif** tel que $(\sqrt{x})^2 = x$.

Exemple 3.2

- $x = \sqrt{9}$
- $x = \sqrt{121}$
- $x = \sqrt{81}$

Attention : $\sqrt{x}$ dénote toujours une nombre positif !

Soit a, $b \in \mathbb{R}^+$ et $p \in \mathbb{N}$.

Règle générale	Exemple

Définition 3.2 Une racine est réduite si elle est écrite dans la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont des nombres entiers positifs et b est le plus petit possible. On utilise pour cela la relation

$$\boxed{\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}}$$

Exemple 3.3 (Règles de calcul avec les fractions)

1. $\sqrt{147}$

2. $\sqrt{11}$

3. $\sqrt{80}$

Exemple 3.1

1. $(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}-3) =$

2. $\sqrt{\sqrt{3}-1}\sqrt{\sqrt{3}+1} =$

3. $4\sqrt{7}\cdot 5\sqrt{3} =$

5. Les puissances en base 10

...	10^3	10^2	10^1	10^0	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	...
...								...

Exemple 5.1

- 10^6
- 10^9
- 10^{-2}
- 10^{-3}
- 10^{-6}
- 10^{-9}

6. La notation scientifique

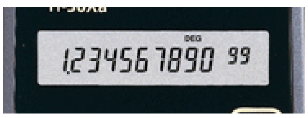
Exemple 6.1

- 0.007
- 0.507
- 1258900
- 3.14

On appelle notation scientifique la notation suivante :

$$\boxed{a \cdot 10^n}$$

où $1 \leq a < 10$. C'est-à-dire que a est un nombre décimal n'ayant qu'un chiffre avant la virgule.



La calculatrice donne les grands nombres en notation scientifique, ici $1.234567890 \cdot 10^{99}$

Changement d'unités

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
0.001	0.01	0.1	1	10	100	1000
10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	10^{0}	10^{1}	10^{2}	10^{3}

Si n est le nombre de cases entre les deux unités et x la valeur de base, on doit faire

Exemple 6.2 : Quelle est l'aire d'un rectangle de 5 cm sur 4.2 dm en m^2 ?

Exemple 6.3 : Que vaut 1 [m^2] en [cm^2] ?

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
			1			
			10^{0}			

Si n est le nombre de cases entre les deux unités et x la valeur de base, on doit faire :

Exemple 6.3 : Faire le même exercice pour les unités de volume.

km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
			10^0			

Remarque 6.1 On a les équivalences d'unités suivantes :

- 1 dam^2
- 1 hm^2
- 1 dm^3