

GYMNASE DE BURIER

Chapitre 1 - Calcul numérique

Sarah Dégallier Rochat

1. L'ordre des opérations

Exemple 1.1 Résoudre les calculs suivants :

$$5 + 3 \cdot 2$$

▶ $5 + (3 \cdot 2)$

▶ $(5 + 3) \cdot 2$

$$5 - 3/2$$

▶ $5 - (3/2)$

▶ $(5 - 3)/2$

Le résultat dépend de l'ordre dans lequel on résout les opérations !

Il nous faut définir la priorité donnée aux différentes opérations.

Les opérations se résolvent dans l'ordre suivant :

1. L'intérieur des parenthèses ;
2. Les puissances / racines ;
3. Les multiplications / divisions ;
4. Les additions / soustractions.

Exemple 1.2 Indiquer l'ordre des opérations et effectuer :

$$(6 - 4 \cdot 2) / 2 + 3$$

Exercice 1.1 Indiquer l'ordre des opérations et effectuer

$$1 + \sqrt{4^2 + (2 - 5)^2}$$

2. La règle de signes

Lors d'une multiplication (d'une division), les règles suivantes s'appliquent

- ▶ $+ \text{ par } + = +$ "Les amis de mes amis sont mes amis"
- ▶ $+ \text{ par } - = -$ "Les amis de mes ennemis sont mes ennemis"
- ▶ $- \text{ par } + = -$ "Les ennemis de mes amis sont mes ennemis"
- ▶ $- \text{ par } - = +$ "Les ennemis de mes ennemis sont mes amis"

Exemple 2.1 Effectuer les opérations suivantes

- ▶ $3 \cdot 5$
- ▶ $4 \cdot (-2)$
- ▶ $\frac{-9}{3}$
- ▶ $\frac{-6}{-3}$

3. Les ensembles de nombres

Notation 3.1

- ▶ L'ensemble de tous les nombres que nous utilisons se note \mathbb{R} .
- ▶ L'ensemble des nombres entiers naturels (= positifs) se note \mathbb{N} ($\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \dots\}$)
- ▶ L'ensemble des nombres entiers relatifs (= positifs et négatifs) se note \mathbb{Z} ($\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$)
- ▶ Lorsque l'on veut exclure le nombre zéro d'un ensemble on utilise l'astérisque * (\mathbb{N} privé de zéro se note \mathbb{N}^*)

Définition 3.1 Soit $\frac{a}{b}$ une fraction avec $b \in \mathbb{R}^*$. On appelle a le numérateur et b le dénominateur de la fraction.

4. Le calcul avec les fractions

Exercice 4.1 Jeanne et Robert font des lancers francs de basketball. Sur 5 lancers, Jeanne marque en moyenne 3 paniers. Sur 15 lancers, Robert marque en moyenne 9 paniers. Lequel a le plus grand taux de réussite ?

Remarques 4.1

Une fraction représente **un nombre**. **Plusieurs** fractions peuvent représenter le **même** nombre. Elles sont dites équivalentes. Par exemple,

On peut passer d'une fraction équivalente à une autre en **multipliant** le numérateur et le dénominateur par le même terme. On parle d'amplification. Par exemple,

On peut passer d'une fraction équivalente à une autre en **divisant** le numérateur et le dénominateur par le même terme. On parle de simplification. Par exemple,

Exercice 4.2

1. Amplifier $\frac{5}{7}$ par 6.

2. Simplifier $\frac{24}{16}$ par 8.

3. Est-ce que les fractions $\frac{42}{36}$ et $\frac{21}{18}$ sont équivalentes ?

Gestion du signe d'une fraction

Les fractions suivantes sont équivalentes

$$\frac{-3}{4} = \frac{3}{-4} = -\frac{3}{4} = -0.75$$

On notera les fractions négatives sous cette forme-là : $-\frac{a}{b}$.

Attention,

$$\frac{-3}{-4} = \frac{3}{4} = 0.75$$

On notera les fractions positives sous cette forme-là : $\frac{a}{b}$.

Exercice 4.3 Ecrire ces fractions sous la forme appropriée

- ▶ $\frac{1}{-3}$
- ▶ $\frac{-5}{-4}$

Multiplication de fractions

Remarque 4.2 On écrit **toujours** les solutions sous forme réduite, c'est-à-dire simplifiée au maximum.

Exemple 4.1 Effectuer la **multiplication** suivante : $\frac{15}{21} \cdot \frac{1}{10}$

1. Simplifier les fractions si possible :

2. Mettre sur la même barre de fraction et simplifier :

3. Effectuer

Exercice 4.3 Effectuer les multiplications suivantes. La réponse doit être donnée sous forme réduite.

1. $\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{6}$

2. $\frac{18}{9} \cdot \frac{4}{6}$

3. $\frac{3}{2} \cdot \frac{7}{6} \cdot \frac{20}{3}$

Division de fractions

Remarque 4.3 Diviser par une fraction revient à **multiplier par la fraction inverse**.

Exemple 4.2 Effectuer la **division** suivante : $\frac{24}{15} \div \frac{4}{3}$

1. Transformer la division en multiplication
2. Simplifier les fractions si possible
3. Mettre sur la même barre de fractions et simplifier

Exercice 4.4 Effectuer les divisions suivantes. La réponse doit être donnée sous forme réduite.

1. $\frac{4}{3} \div \frac{5}{6}$

2. $\frac{\frac{5}{3}}{\frac{3}{4}}$

3. $\left(\frac{3}{2} \div \frac{5}{4}\right) \div \frac{5}{9}$

Addition / Soustraction de fractions

Remarque 4.4 Pour pouvoir additionner ou soustraire deux fractions, on doit les mettre au **même dénominateur**.

Exemple 4.3 Effectuer la **soustraction** suivante $\frac{8}{30} - \frac{7}{12}$

1. Simplifier les fractions si possible :
2. Mettre les fractions au même dénominateur en amplifiant la fraction :
3. Mettre sur la même barre de fraction, effectuer et simplifier si possible :

Exercice 4.5 Effectuer les additions et soustractions suivantes. La réponse doit être donnée sous forme réduite.

1. $\frac{2}{3} + \frac{3}{2}$

2. $\frac{7}{12} - \frac{9}{18}$

3. $\frac{25}{6} - \frac{35}{3} + \frac{25}{2}$