

Correctif : Exercices sur les dérivées niveau 1

A) Dérivée d'une droite

a) $y = -\frac{1}{3}x + 1$

b) $y' = -\frac{1}{3}$

c) La dérivée d'une fonction est le coefficient angulaire de la tangente à cette fonction. Ici, comme la fonction est une droite, la tangente (et il n'y en a qu'une) est confondue à la fonction. Donc pour toute droite du type $y = ax + b$, la dérivée sera égale à « a », une constante.

B) Dérivée d'une parabole et calcul de sa pente

$$y = x^2 + 1$$

a) $y' = 2x$

b) on voit que la droite passe par le point (-2 ; 5) et (-1 ; 1), soit on trace un triangle rectangle et on voit que quand x se déplace de 1 unité vers la gauche (-1) y augmente de 4. Soit on applique la formule $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4}{-1} = -4$

c) idem ici mais on arrive à un coefficient angulaire de 2.

d) Ici on voit bien qu'il y a une infinité de tangentes, en effet, la dérivée est encore une fonction de x . Si bien que quand $x = -2$, la dérivée (la pente de la tangente en ce point) vaut -4. Quand $x = 1$, la dérivée vaut 2. Quand la dérivée est négative, la fonction est décroissante, quand la dérivée est positive.

C) Exercices d'application des formules de bases pour le calcul des dérivées

1) $(x^2 + 3)' = 2x$

2) $(5x^2 + 7x + 2)' = 10x + 7$

3) $(x)' = 1$

4) $(\sqrt{9})' = 0$

5) $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

6) $(7x^4 + 6 - 14x^2)' = 28x^3 - 28x = 28x(x^2 - 1) = 28x(x - 1)(x + 1)$

7) $\left(\frac{1}{x}\right)' = \frac{-1}{x^2}$

8) $\left(\frac{1}{7}\right)' = 0$

9) $\left(\frac{1}{x^2}\right)' = (x^{-2})' = -\frac{2}{x^3}$

10) $(\sqrt[3]{x^2})' = \left(x^{\frac{2}{3}}\right)' = \frac{2}{3} \cdot x^{-\frac{1}{3}} = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$

11) $(\sqrt[5]{x^3})' = \frac{3}{5\sqrt[5]{x^2}}$

12) $(-4x^3 + 7x^2 - x + 3)' = -12x^2 + 14x - 1$

13) $(x^5 + 4x^2 + 7)' = 5x^4 + 8x$

14) $(-7x + 6)' = -7$

15) $(4)' = 0$

16) $(-5x^7)' = -35x^6$

17) $(\sqrt{x^3})' = \left(x^{\frac{3}{2}}\right)' = \frac{3}{2}\sqrt{x}$

18) $\left(\frac{1}{x^3}\right)' = (x^{-3})' = -\frac{3}{x^4}$