Correctif : Exercices sur les inéquations niveau 2

1) $\frac{7-4x}{x+3} < 0$

$S =]-\infty; -3[\cup \left]\frac{7}{4}; +\infty\right[$

x		***-3***		***7/4***	
7-4x	+	+	+	*0*	-
x+3	-	*0*	+	+	+
Quotient	-	*ND*	+	*0*	-

2) $\frac{x+3}{x-3} \geq 0$

$S =]-\infty; -3] \cup]3; +\infty[$

x		***-3***		***3***	
x+3 (N)	-	*0*	+	+	+
x-3 (D)	-	-	-	*0*	+
Quotient	+	*0*	-	*ND*	+

3) $\frac{x}{5-x} \geq 0$

$S = [0; 5[$

x		***0***		***5***	
x(N)	-	*0*	+	+	+
5-x(D)	+	+	+	*0*	-
Quotient	-	*0*	+	*ND*	-

4) $\frac{1-5x}{2} + \frac{10-10x}{5} \geq 1 \Leftrightarrow 5 - 25x + 20 - 20x \geq 10 \Leftrightarrow -45x \geq -15 \Leftrightarrow x \leq \frac{-15}{-45} \Leftrightarrow x \leq \frac{1}{3}$

$S = \left]-\infty; \frac{1}{3}\right]$

5) $\frac{1-5x}{2} - \frac{10-10x}{5} \geq 1 \Leftrightarrow 5 - 25x - 20 + 20x \geq 10 \Leftrightarrow -5x \geq 25 \Leftrightarrow x \leq -5 \quad S =]-\infty; -5\,]$

6) $\frac{x+2}{x+3} \leq \frac{x+4}{x+5} \Leftrightarrow \frac{(x+2)(x+5)}{(x+3)(x+5)} \leq \frac{(x+4)(x+3)}{(x+3)(x+5)} \Leftrightarrow \frac{x^2+7x+10-(x^2+7x+12)}{(x+3)(x+5)} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{-2}{(x+3)(x+5)} \leq 0$

x		***-5***		***-3***	
-2	-	-	-	-	-
(x+3)(x+5)	+	*0*	-	*0*	-
Quotient	-	*ND*	+	*ND*	-

$S =]-\infty; -5[\cup]-3; +\infty[$

7) $\frac{9x+3}{3} + \frac{8-16x}{4} \geq 2 \Leftrightarrow 36x + 12 + 24 - 48x \geq 24 \Leftrightarrow -12x \geq -12 \Leftrightarrow x \leq 1 \quad S =]-\infty; 1]$

8) $x \leq \frac{3}{x} \Leftrightarrow x - \frac{3}{x} \leq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2-3}{x} \leq 0$ *N :* $\sqrt{3}$ *et* $-\sqrt{3}$ *et D : 0*

x		$-\sqrt{3}$		***0***		$\sqrt{3}$	
$x^2 - 3$	+	*0*	-	-	-	*0*	+
x	-	-	-	*0*	+	+	+
Quotient	-	*0*	+	*ND*	-	*0*	+

$S =]-\infty; -\sqrt{3}\,] \cup]0; \sqrt{3}]$

9) $\frac{5x^2-4x-1}{-2x^2+x-1} \geq 2 \Leftrightarrow \frac{5x^2-4x-1-2(-2x^2+x-1)}{-2x^2+x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{5x^2-4x-1+4x^2-2x+2}{-2x^2+x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{9x^2-6x+1}{-2x^2+x-1} \geq 0$

N : $(3x-1)^2 = 0$ *donc racine :* $\frac{1}{3}$

D : delta<0, donc fonction tjs négative (car a<0)

x		***1/3***	
N	+	*0*	+
D	-	-	-
Quotient	-	*0*	-

$S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$

10) $\frac{x}{2-x} < \frac{2x+10}{x^2+3x-10} \Leftrightarrow \frac{x}{2-x} < \frac{2(x+5)}{(x-2)(x+5)} \Leftrightarrow \frac{-x(x+5)-2x-10}{(x-2)(x+5)} < 0 \Leftrightarrow \frac{-x^2-5x-2x-10}{(x-2)(x+5)} < 0$

$\Leftrightarrow \frac{-x^2-7x-10}{(x-2)(x+5)} < 0$ *N = racines -5 et -2 D : 2 et -5*

x		-5		***-2***		***2***	
N	-	*0*	+	*0*	-	-	-
D	+	*0*	-	-	-	*0*	+
Quotient	-	*ND*	-	*0*	+	*ND*	-

$S =]-\infty; -5[\cup]-5; -2[\cup]2; +\infty[$