Correctif : Exercices sur les inéquations niveau 1

1) $x^2 - 16 \geq 0 \Leftrightarrow (x-4)(x+4) \geq 0$

Tableau de signe obligatoire!!!
$S =]-\infty; -4] \cup [4; +\infty[$

x		***-4***		***4***	
$\boldsymbol{x^2 - 16}$	+	*0*	-	*0*	+

2) $2x + 7 < 5 \Leftrightarrow 2x < -2 \Leftrightarrow x < -1 \quad S =]-\infty; -1[$ *(inutile de faire un tableau de signe car équation du premier degré)*

3) $4x^2 - 5x + 3 > 0 \quad \Delta = 25 - 4.4.3 = 25 - 48 = -23 < 0 \; donc \; S = R$
En effet comme le delta est négatif il n'y a pas de racines et comme la concavité est positive la parabole sera toujours au-dessus de l'axe des X pour toutes les valeurs de x.

4) $4x^2 + 12x + 9 < 0 \Leftrightarrow (2x+3)^2 < 0$

x		***-3/2***	
$4x^2 + 12x + 9$	+	*0*	+

S={ }, la fonction est tjs positive et elle touche l'axe des X en un seul point, donc impossible qu'elle soit plus négative.

5) $-4x + 8 \leq 2x - 3 \Leftrightarrow -6x \leq -11 \Leftrightarrow x \geq \frac{11}{6} \quad S = \left[\frac{11}{6}; \infty\right[$

6) $28x - 4x^2 \leq 49 \Leftrightarrow -4x^2 + 28x - 49 \leq 0 \;\; \Delta = 0 \; racine = \frac{7}{2}$

x		***7/2***	
$-4x^2 + 28x - 49$	-	*0*	-

La parabole sera toujours en-dessous de l'axe des X, et donc toujours négative, elle ne le croisera qu'en un point,

donc S=R

7) $28x - 4x^2 \geq 49 \Leftrightarrow -4x^2 + 28x - 49 \geq 0 \;\; \Delta = 0 \; racine = \frac{7}{2}$

x		***7/2***	
$-4x^2 + 28x - 49$	-	*0*	-

La parabole sera toujours en-dessous de l'axe des X, et donc toujours négative, elle ne le croisera qu'en un point, donc S=$\left\{\frac{7}{2}\right\}$

8) $28x - 4x^2 > 49 \Leftrightarrow -4x^2 + 28x - 49 > 0 \;\; \Delta = 0 \; racine = \frac{7}{2}$

x		***7/2***	
$-4x^2 + 28x - 49$	-	*0*	-

La parabole sera toujours en-dessous de l'axe des X, et donc toujours négative, elle ne le croisera qu'en un point,

donc S={ }

9) $28x - 4x^2 < 49 \Leftrightarrow -4x^2 + 28x - 49 < 0$ $\Delta = 0$ $racine = \frac{7}{2}$

x		7/2	
$-4x^2 + 28x - 49$	-	0	-

La parabole sera toujours en-dessous de l'axe des X, et donc toujours négative, elle ne le croisera qu'en un point,

donc $S =]-\infty; -7/2[\cup \left]-\frac{7}{2}; +\infty\right[$ *ou* $S = R/\left\{\frac{7}{2}\right\}$

10) $x^2 + 8x + 12 < 0$ $racines - 2$ $et - 6$

x		-6		-2	
$x^2 + 8x + 12$	+	0	-	0	+

$S =]-6; -2[$

11) $-x^2 + 5x + 6 \geq 0$ $racines - 1$ et 6

x		-1		6	
$-x^2 + 5x + 6$	-	0	+	0	-

$S = [-1; 6]$

12) $(x - 24)(x + 2) > 0$ *, attention ici il ne faut surtout pas distribuer car c'est déjà factorisé !*

x		-2		24	
$(x - 24)(x + 2)$	+	0	-	0	+

$S =]-\infty; -2[\cup]24; +\infty[$

13) $9x^2 - 49 < 0 \Leftrightarrow (3x - 7)(3x + 7) < 0$

x		-7/3		7/3	
$9x^2 - 49$	+	0	-	0	+

$S = \left]-\frac{7}{3}; \frac{7}{3}\right[$

14) $4x^2 + 2x \geq 0 \Leftrightarrow 2x(2x + 1) \geq 0$

x		-1/2		0	
$4x^2 + 2x$	+	0	-	0	+

$S =]-\infty; -1/2] \cup [0; +\infty[$

15) $(2x + 3)(x + 1) < (x - 5)(x + 1) \Leftrightarrow (2x + 3)(x + 1) - (x - 5)(x + 1) < 0$

$(x + 1)(2x + 3 - x + 5) < 0 \Leftrightarrow (x + 1)(x + 8) < 0$

x		-8		-1	
$(\boldsymbol{x + 1})(\boldsymbol{x + 8})$	+	0	-	0	+

$S =]-8; -1[$

16) $-3x^2 + x < 0 \Leftrightarrow x(-3x+1) < 0$

x		***0***		***1/3***	
$\boldsymbol{-3x^2+x}$	-	*0*	+	*0*	-

$S = \left]-\infty; 0\right[\cup \left]\frac{1}{3}; +\infty\right[$

17) $9x^3 - 4x < 0 \Leftrightarrow x(9x^2-4) < 0 \Leftrightarrow x(3x-2)(3x+2) < 0$

x		***-2/3***		***0***		***2/3***	
$\boldsymbol{x}$	-	-	-	*0*	+	+	+
$\boldsymbol{9x^2-4}$	+	*0*	-	-	-	*0*	+
$\boldsymbol{9x^3-4x}$	-	*0*	+	*0*	-	*0*	+

$S = \left]-\infty; -\frac{2}{3}\right[\cup \left]0; \frac{2}{3}\right[$

18) $x^2 < 12 \Leftrightarrow x^2 - 12 < 0 \Leftrightarrow \left(x-\sqrt{12}\right)\left(x+\sqrt{12}\right) < 0$

x		$\boldsymbol{-\sqrt{12}}$		$\boldsymbol{\sqrt{12}}$	
$\boldsymbol{x^2-12}$	+	*0*	-	*0*	+

$S=\left]-\sqrt{12};\ \sqrt{12}\right[$

19) $x^2 < -9 \Leftrightarrow x^2 + 9 < 0 \qquad S = \{\quad\}$

20) $x^3 - x^2 \geq 0 \ \Leftrightarrow x^2(x-1) \geq 0$

x		$\mathbf{0}$		***1***	
$\boldsymbol{x^2}$	+	*0*	+	+	+
x-1	-	-	-	*0*	+
$\boldsymbol{x^2(x-1)}$	-	*0*	-	*0*	+

$S = \{0\} \cup \ [1; +\infty[$

21) $-\frac{3}{4}x + 8 < 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{4}x < -8 \Leftrightarrow x > -8.\left(-\frac{4}{3}\right) \Leftrightarrow x > \frac{32}{3} \qquad S = \left]\frac{32}{3}; +\infty\right]$