I NOMBRE DÉRIVÉ

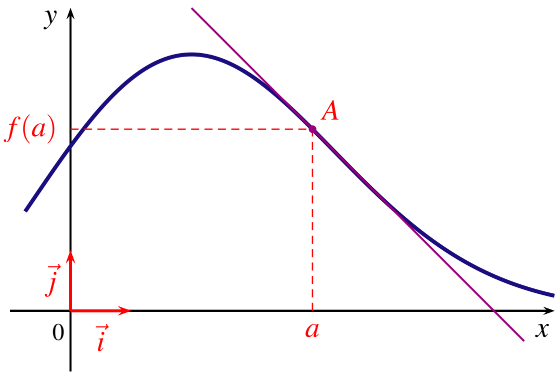
1 – DÉFINITION

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et a un réel appartenant à I.
Lorsque le rapport $\dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ admet une limite réelle quand x tend vers a en restant dans I, on dit que la fonction f est dérivable en a et cette limite réelle, notée $f'(a)$, est appelée le nombre dérivé de f en a.
On note alors :

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

2 – TANGENTE À UNE COURBE

Soit f une fonction définie sur un intervalle I, dérivable en a où a est un réel de I, et C_f sa courbe représentative dans un repère du plan.
La droite passant par le point $A\,(a;f(a))$ de la courbe C_f et de coefficient directeur $f'(a)$ est appelée la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse a.



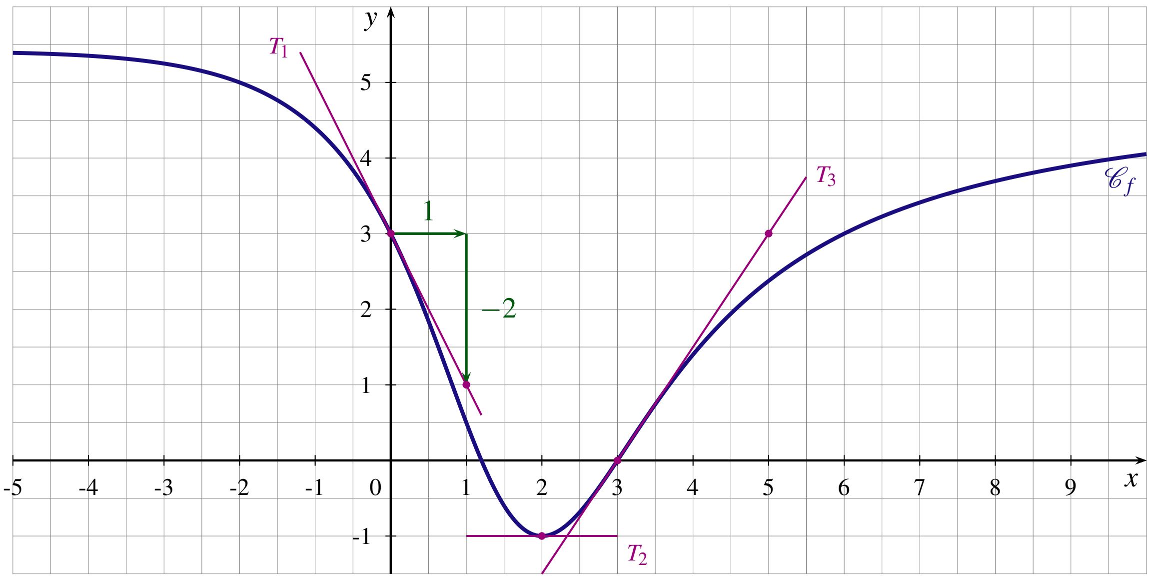
PROPRIÉTÉ

Soit f une fonction définie sur un intervalle I, dérivable en a où a est un réel de I, et C_f sa courbe représentative dans un repère du plan.
L'équation réduite de la tangente à la courbe C_f au point A d'abscisse a est :

$$y=f'(a)\times(x-a)+f(a)$$

EXEMPLE

La courbe $\mathscr{C}_f$ tracée ci-dessous est la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



Par lecture graphique, déterminer $f'(0)$, $f'(2)$ et $f'(3)$.

1. Le nombre dérivé $f'(0)$ est égal au coefficient directeur de la tangente T_1 à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 0.
   Par lecture graphique, le coefficient directeur de la droite T_1 est égal à -2. Ainsi, $\boxed{f'(0)=-2}$
2. La tangente T_2 à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 2 est parallèle à l'axe des abscisses. Donc $\boxed{f'(2)=0}$
3. La droite T_3, tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 3 passe par les points de coordonnées $(3;0)$ et $(5;3)$. Son coefficient directeur a est
   $$a=\frac{3-0}{5-3}=\frac{3}{2}$$
   Le nombre dérivé $f'(3)$ est égal au coefficient directeur de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 3.
   Donc $\boxed{f'(3)=\frac{3}{2}}$

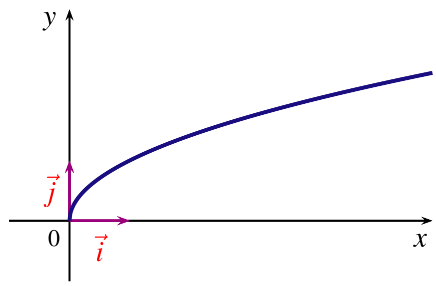
REMARQUE

La courbe représentative d'une fonction f peut avoir une tangente en un point a sans que la fonction soit dérivable en a.

La courbe représentative de la fonction racine carrée est tangente à la droite d'équation $x=0$ en 0.
Or la fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0 en effet :

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x}-\sqrt{0}}{x-0}=\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x}}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{\sqrt{x}}=+\infty$$

ce n'est pas une limite finie donc la fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0.



II FONCTION DÉRIVÉE

1 – DÉFINITION

Soit f une fonction définie sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.
Lorsque pour tout réel x appartenant à I, f est dérivable en x, on dit que f est dérivable sur I.

La fonction qui associe à tout réel x appartenant à I son nombre dérivé $f'(x)$ est appelée la fonction dérivée de f sur l'intervalle I. Elle est notée f'.

2 – DÉRIVÉES DES FONCTIONS DE RÉFÉRENCE

fonction définie et dérivable sur :	fonction f définie par :	fonction dérivée f' définie par :
$\mathbb{R}$	$f(x)=k$	$f'(x)=0$
$\mathbb{R}$	$f(x)=ax+b$	a
$\mathbb{R}$	$f(x)=x^n$ (n entier $n\geqslant 1$)	$f'(x)=nx^{n-1}$
$]-\infty;0[$ ou $]0;+\infty[$	$f(x)=\frac{1}{x}$	$f'(x)=-\frac{1}{x^2}$
$]-\infty;0[$ ou $]0;+\infty[$	$f(x)=\frac{1}{x^n}$ (n entier $n\geqslant 1$)	$f'(x)=-\frac{n}{x^{n+1}}$
$]0;+\infty[$	$f(x)=\sqrt{x}$	$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$
$\mathbb{R}$	$f(x)=\sin x$	$f'(x)=\cos x$
$\mathbb{R}$	$f(x)=\cos x$	$f'(x)=-\sin x$

3 – DÉRIVÉES ET OPÉRATIONS

u et v sont deux fonctions dérivables sur un intervalle I

	fonction f définie par :	fonction dérivée f' :
Produit d'une fonction par un réel k	ku	ku'
Somme	$u+v$	$u'+v'$
Produit	$u\times v$	$u'v+uv'$
Quotient ($v\neq 0$ sur I)	$\dfrac{u}{v}$	$\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$
Inverse ($v\neq 0$ sur I)	$\dfrac{1}{v}$	$-\dfrac{v'}{v^2}$
Composée avec une fonction circulaire	$\sin(u)$	$u'\times\cos(u)$
	$\cos(u)$	$-u'\times\sin(u)$

EXEMPLES

1. Produit de deux fonctions

   Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x)=\left(2+\dfrac{x^2}{3}\right)\left(1-\dfrac{2}{x}\right)$. Calculer $f'(x)$.

   Sur $]0;+\infty[$ f est dérivable comme produit de deux fonctions dérivables.
   $f=uv$ d'où $f'=u'v+uv'$. Avec pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0;+\infty[$,

$$\begin{aligned} u(x)&=2+\frac{x^2}{3} &\text{ d'où }\quad u'(x)&=\frac{2x}{3}\\ v(x)&=1-\frac{2}{x} &\text{ d'où }\quad v'(x)&=\frac{2}{x^2}\end{aligned}$$

   Soit pour tout réel x appartenant à l'intervalle $]0;+\infty[$,

$$\begin{aligned} f'(x)&=\frac{2x}{3}\times\left(1-\frac{2}{x}\right)+\frac{2}{x^2}\times\left(2+\frac{x^2}{3}\right)\\ &=\frac{2x}{3}-\frac{4}{3}+\frac{4}{x^2}+\frac{2}{3}\\ &=\frac{2x^3-2x^2+6}{3x^2}\end{aligned}$$

   Ainsi, f' est la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $f'(x)=\dfrac{2x^3-2x^2+6}{3x^2}$.

2. Quotient de deux fonctions

   Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{4x-3}{x^2+1}$. Calculer $f'(x)$.

   Sur $\mathbb{R}$, f est dérivable comme somme et quotient de deux fonctions dérivables.
   $f=\dfrac{u}{v}$ d'où $f'=\dfrac{u'v-uv'}{v^2}$. Avec pour tout réel x,

$$\begin{aligned} u(x)&=4x-3 &\text{ d'où }\quad u'(x)&=4\\ v(x)&=x^2+1 &\text{ d'où }\quad v'(x)&=2x\end{aligned}$$

Soit pour tout réel x,

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{4(x^2+1)-2x(4x-3)}{(x^2+1)^2} \\ &= \frac{4x^2+4-8x^2+6x}{(x^2+1)^2} \\ &= \frac{-4x^2+6x+4}{(x^2+1)^2} \end{aligned}$$

Ainsi, f' est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x) = \dfrac{-4x^2+6x+4}{(x^2+1)^2}$.

3. Une particule est animée d'un mouvement rectiligne sinusoïdal d'équation $y(t) = 0{,}08\sin(12t+0{,}3)$ où $y(t)$ est en mètres et t en secondes.
La vitesse instantanée $v(t)$ est donnée par $y'(t)$ soit

$$v(t) = 0{,}08 \times 12 \times \cos(12t+0{,}3) = 0{,}96\cos(12t+0{,}3)$$

III DÉRIVÉE ET VARIATIONS D'UNE FONCTION

1 – THÉORÈME 1

Soit f une fonction dérivable et monotone sur un intervalle I de $\mathbb{R}$.

— Si f est constante sur I, alors pour tout réel x appartenant à I, $f'(x) = 0$.

— Si f est croissante sur I, alors pour tout réel x appartenant à I, $f'(x) \geqslant 0$.

— Si f est décroissante sur I, alors pour tout réel x appartenant à I, $f'(x) \leqslant 0$.

Le théorème suivant, permet de déterminer les variations d'une fonction sur un intervalle suivant le signe de sa dérivée.

2 – THÉORÈME 2

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle I de $\mathbb{R}$ et f' la dérivée de f sur I.

— Si f' est nulle sur I, alors f est constante sur I.

— Si f' est strictement positive sur I, sauf éventuellement en un nombre fini de points où elle s'annule, alors f est strictement croissante sur I.

— Si f' est strictement négative sur I, sauf éventuellement en un nombre fini de points où elle s'annule, alors f est strictement décroissante sur I.

3 – THÉORÈME 3

Soit f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert I de $\mathbb{R}$ et x_0 un réel appartenant à I.

1. Si f admet un extremum local en x_0, alors $f'(x_0) = 0$.
2. Si la dérivée f' s'annule en x_0 **en changeant de signe**, alors f admet un extremum local en x_0.

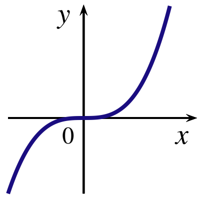
x	a		x_0		b
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$	*minimum*	$\nearrow$	

x	a		x_0		b
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	*maximum*	$\searrow$	

REMARQUES

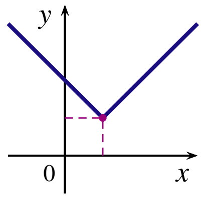
1. Dans la proposition 2. du théorème 3 l'hypothèse **en changeant de signe** est importante.

   Considérons la fonction cube définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$ qui a pour dérivée la fonction f' définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x) = 3x^2$.
   $f'(0) = 0$ et pour tout réel x non nul, $f'(x) > 0$.
   La fonction cube est strictement croissante sur $\mathbb{R}$ et n'admet pas d'extremum en 0.



2. Une fonction peut admettre un extremum local en x_0 sans être nécessairement dérivable.

   Considérons la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x-1|+1$.
   f est une fonction affine par morceaux, f admet un minimum $f(1) = 1$ or f n'est pas dérivable en 1.



POINT MÉTHODE

En pratique, pour étudier les variations d'une fonction f dérivable sur son ensemble de définition $\mathscr{D}_f$:

— on détermine la dérivée f' de f ;

— on étudie le signe de f' sur $\mathscr{D}_f$;

— on applique le théorème 2 sur chacun des intervalles de $\mathscr{D}_f$ où le signe de f' est constant ;

— on dresse le tableau des variations en indiquant les extremums, s'il y a lieu et éventuellement les limites aux bornes de son ensemble de définition.

EXEMPLE : ÉTUDE D'UNE FONCTION

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{4x-3}{x^2+1}$.

1. Calculer $f'(x)$.
   Sur $\mathbb{R}$ f est dérivable comme somme et quotient de deux fonctions dérivables.
   $f = \dfrac{u}{v}$ d'où $f' = \dfrac{u'v-uv'}{v^2}$. Avec pour tout réel x,

$$\begin{array}{lll} u(x) = 4x-3 & \text{d'où} & u'(x) = 4 \\ v(x) = x^2+1 & \text{d'où} & v'(x) = 2x \end{array}$$

   Soit pour tout réel x,

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{4(x^2+1)-2x(4x-3)}{(x^2+1)^2} \\ &= \frac{4x^2+4-8x^2+6x}{(x^2+1)^2} \\ &= \frac{-4x^2+6x+4}{(x^2+1)^2} \end{aligned}$$

   Ainsi, f' est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x) = \dfrac{-4x^2+6x+4}{(x^2+1)^2}$

2. Étudier les variations de la fonction f

Les variations de la fonction f se déduisent du signe de sa dérivée.

Étudions le signe de $f'(x) = \dfrac{-4x^2+6x+4}{(x^2+1)^2}$:

Pour tout réel x, $(x^2+1)^2 > 0$. Par conséquent, $f'(x)$ est du même signe que le polynôme du second degré $-4x^2+6x+4$ avec $a=-4$, $b=6$ et $c=4$.

Le discriminant du trinôme est $\Delta = b^2-4ac$ Soit

$$\Delta = 6^2 - 4\times 4\times(-4) = 100$$

Comme $\Delta > 0$, le trinôme admet deux racines :

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{Soit} \quad x_1 = \frac{-6-10}{-8} = 2$$

$$\text{et } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{Soit} \quad x_2 = \frac{-6+10}{-8} = -\frac{1}{2}$$

Un polynôme du second degré est du signe de a sauf pour les valeurs comprises entre les racines.

Nous pouvons déduire le tableau du signe de $f'(x)$ suivant les valeurs du réel x ainsi que les variations de la fonction f :

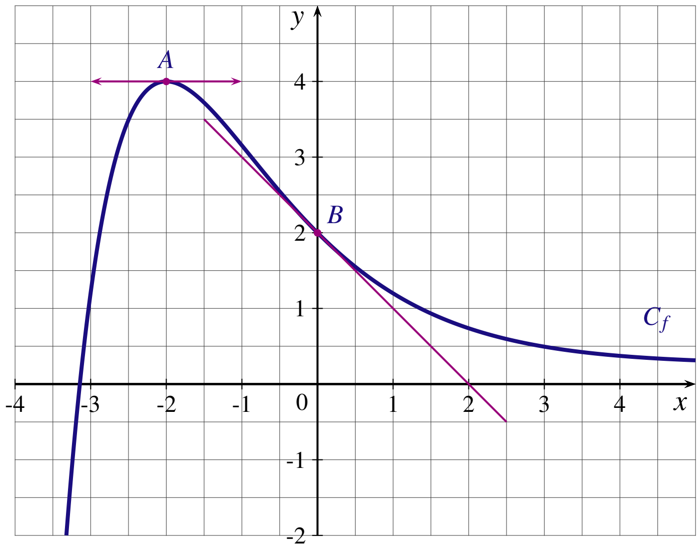
x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\searrow$	-4	$\nearrow$	1	$\searrow$	

EXERCICE 1

La courbe $\mathscr{C}_f$ ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ dans un repère du plan.
On note f' la fonction dérivée de f.
La courbe $\mathscr{C}_f$ vérifie les propriétés suivantes :

— La tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point A d'abscisse -2 est parallèle à l'axe des abscisses ;

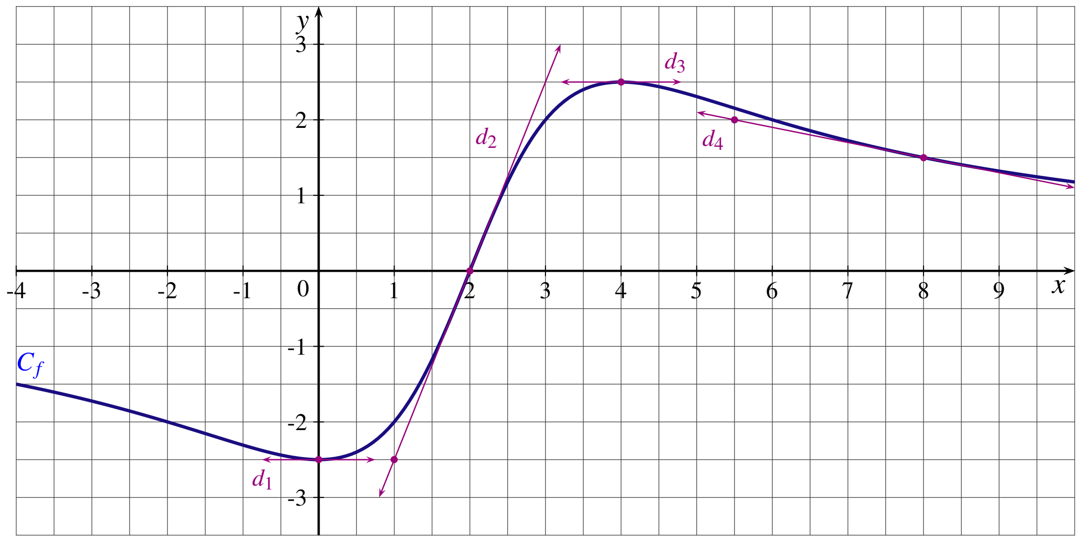
— la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point $B(0;2)$ passe par le point de coordonnées $(2;0)$.



Donner les valeurs de $f(-2)$, $f'(-2)$ et $f'(0)$.

EXERCICE 2

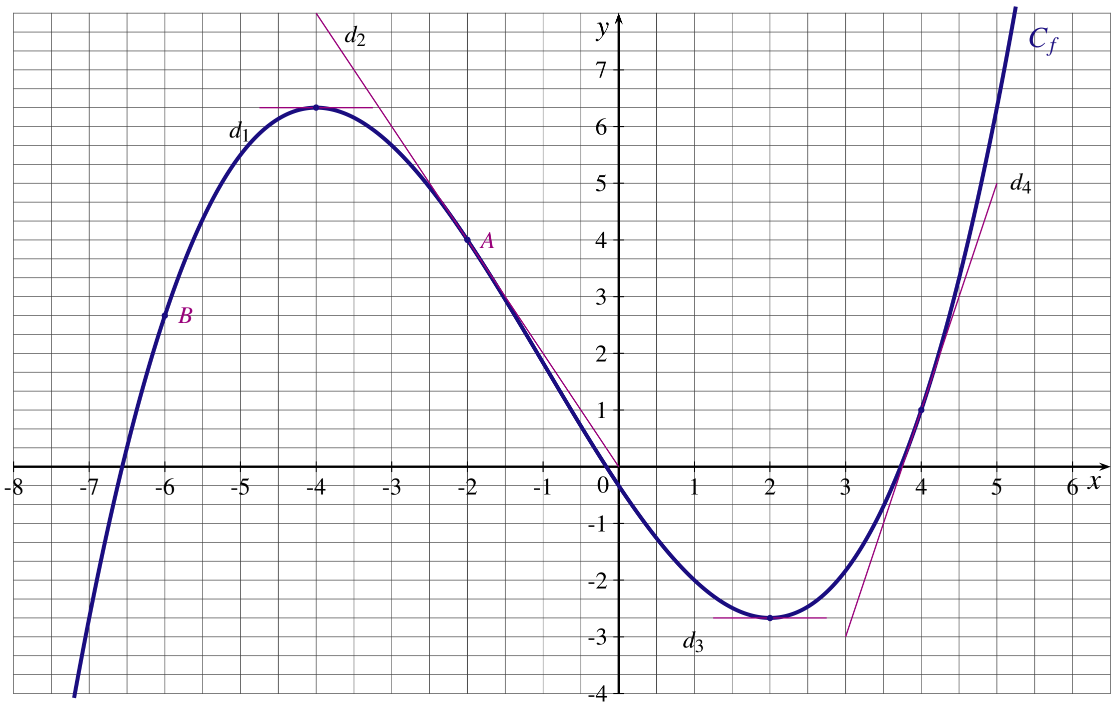
Sur la figure ci-dessous les droites d_1, d_2, d_3 et d_4 sont tangentes à la courbe $\mathscr{C}_f$ représentative d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$.



1. Déterminer graphiquement $f(0)$, $f(2)$, $f(4)$ et $f(8)$.
2. Déterminer graphiquement les nombres dérivés $f'(0)$, $f'(2)$, $f'(4)$ et $f'(8)$.
3. En déduire les équations réduites des tangentes d_1, d_2, d_3 et d_4.

EXERCICE 3

Sur la figure ci-dessous, C_f est la courbe représentative d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$. Les droites d_1, d_2, d_3 et d_4 sont tangentes à la courbe C_f.



1. Déterminer graphiquement $f(-4)$, $f(-2)$ et $f(2)$.
2. Déterminer graphiquement les nombres dérivés $f'(-4)$ et $f'(2)$.
3. La tangente à la courbe C_f au point A d'abscisse -2 passe par l'origine du repère. Déterminer $f'(-2)$.
4. La tangente T à la courbe C_f au point $B\left(-6;\dfrac{8}{3}\right)$ est parallèle à la droite d_4.

   Déterminer $f'(-6)$ puis, donner une équation de la tangente T à la courbe au point B. Tracer cette droite sur le graphique précédent.

EXERCICE 4

Dans chacun des cas suivants, f est une fonction définie et dérivable sur un intervalle I. Calculer la dérivée $f'(x)$.

1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^4 - 5x^3 + x - 5$
2. f est définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = 3x^2 - \dfrac{3}{x} + 1$
3. f est définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^3}{2} + 3x^2 - \dfrac{5}{x}$

EXERCICE 5

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

1. f est définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (1-2x)\left(0{,}5x^2+1\right)$
2. g est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \dfrac{2x}{x^2+1}$
3. h est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $h(t) = \dfrac{\sin t}{2+\cos t}$

EXERCICE 6

1. Donner une équation de la tangente à la parabole d'équation $y = x^2 - 3x + 5$ au point d'abscisse -1.
2. Soit f la fonction définie sur $]1;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x}{x-1}$

   Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point A d'abscisse 2.

EXERCICE 7

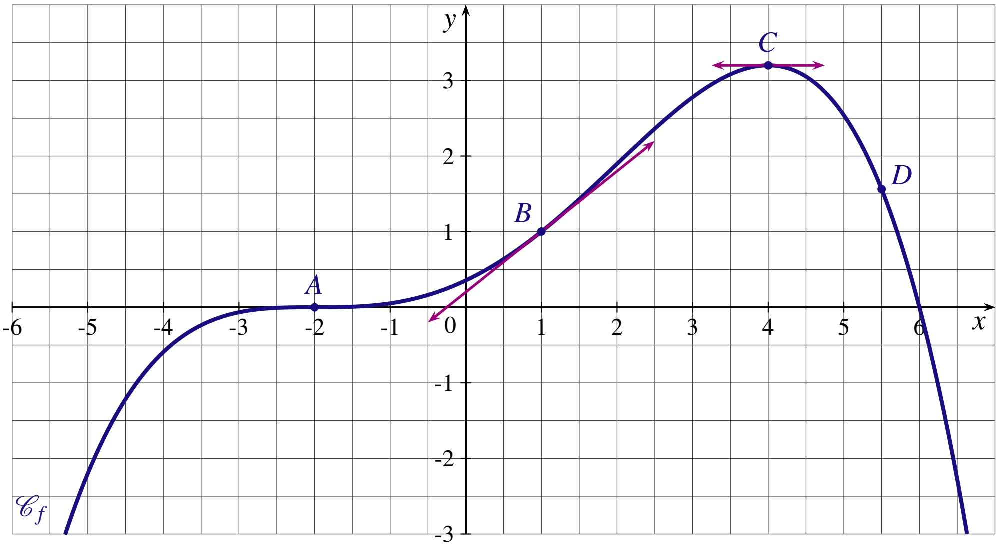
Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' la dérivée de la fonction f.
On donne ci-dessous la courbe $\mathscr{C}_f$ représentant la fonction f.

La courbe $\mathscr{C}_f$ passe par les points $A(-2;0)$, $B(1;1)$, $C(4;3{,}2)$ et $D\left(\frac{11}{2};\frac{25}{16}\right)$.

L'axe des abscisses est tangent en A à la courbe $\mathscr{C}_f$.

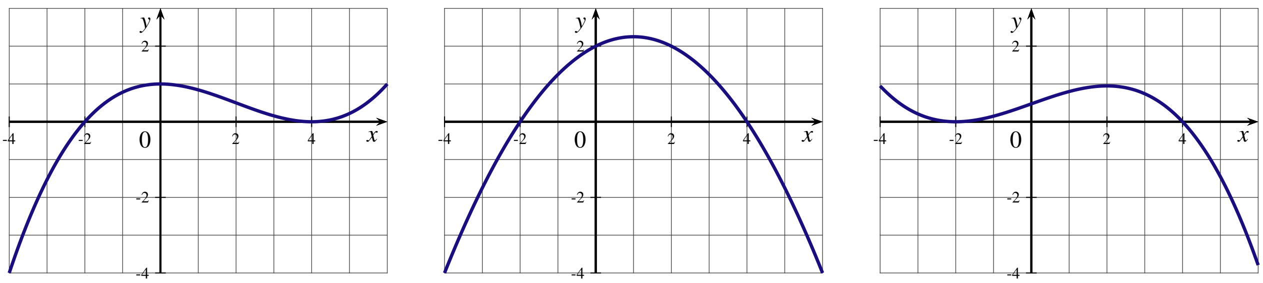
La courbe $\mathscr{C}_f$ admet une deuxième tangente parallèle à l'axe des abscisses au point C.

La tangente à la courbe au point B passe par le point $M(-4;-3)$.



À partir du graphique et des données de l'énoncé, répondre aux questions suivantes.

1. Dresser sans justification le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer $f'(-2)$, $f'(4)$ et $f'(1)$.
3. Quel est l'ensemble solution de l'inéquation $f'(x) \geqslant 0$?
4. On donne $f'(5{,}5) = -2{,}5$. Calculer les coordonnées du point d'intersection de la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point D avec l'axe des ordonnées.
5. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' . Déterminer laquelle.



Courbe $\mathscr{C}_1$ Courbe $\mathscr{C}_2$ Courbe $\mathscr{C}_3$

EXERCICE 8

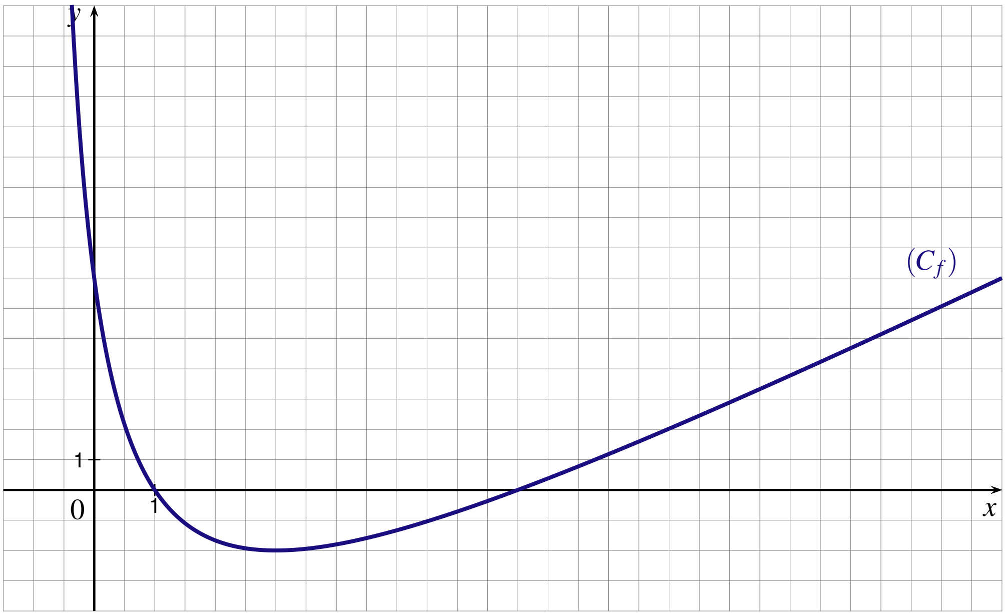
Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]-1;+\infty[$ par $f(x) = 1 - \dfrac{x}{2} - \dfrac{2}{x+1}$. On note C_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormal.

1. On note f' la dérivée de la fonction f. Calculer $f'(x)$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$.
3. Donner le tableau des variations de f.

EXERCICE 9

Soit f la fonction définie sur $]-1;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x^2-8x+7}{x+1}$. On note f' la dérivée de la fonction f.
Sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan, notée C_f, est donnée ci-dessous à titre indicatif.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Étudier le signe de $f'(x)$.
3. Donner le tableau des variations de f.
4. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 1.
   Tracer sur le graphique donné, la tangente T.



EXERCICE 10

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\dfrac{5-8x}{x^2-x+1}$. On note C_f sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère.

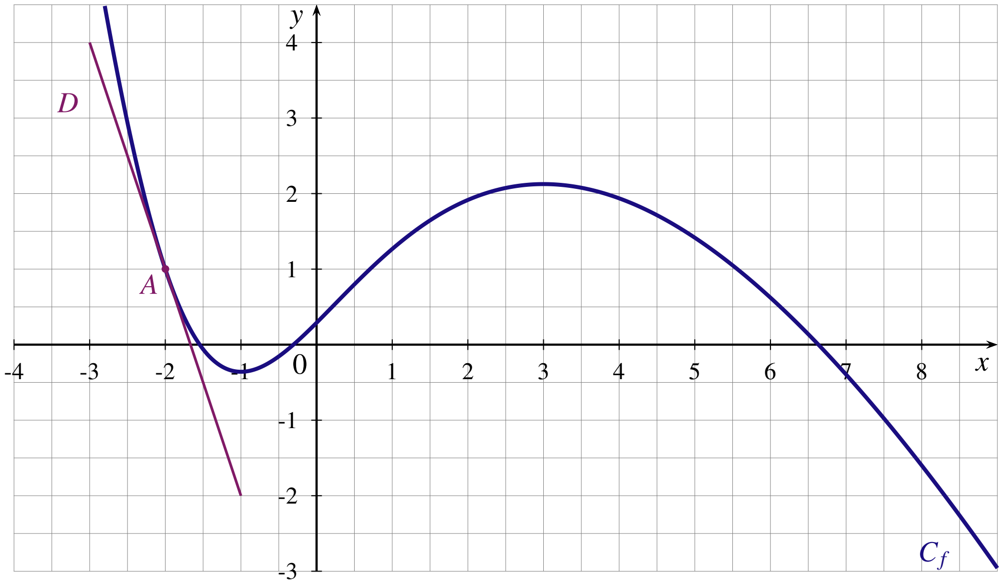
1. Calculer la dérivée de la fonction f.
2. Étudier les variations de f.
3. Donner une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse -2.

EXERCICE 11

Sur la figure ci-dessous est tracée la courbe représentative notée C_f d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$.
On sait que :

— la droite D est tangente à la courbe C_f au point $A(-2;1)$;

— la courbe C_f admet deux tangentes parallèles à l'axe des abscisses aux points d'abscisse -1 et 3.



Pour chacune des questions de ce QCM, une seule réponse est exacte.

1. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f alors :

   • $f'(-2) = 1$ • $f'(-2) = -3$ • $f'(-2) > f'(0)$

2. L'équation $f'(x) = 0$ admet :

   • une solution • deux solutions • trois solutions

3. f' est définie sur $\mathbb{R}$ par :

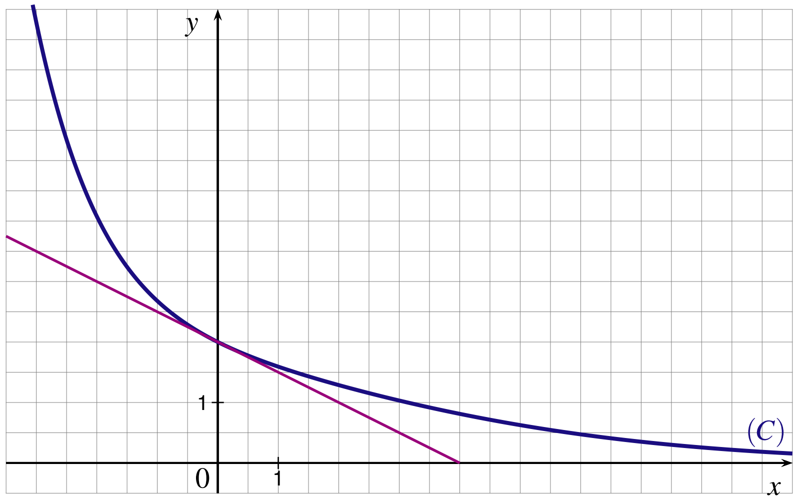
   • $f'(x) = \dfrac{3(x-3)(x^2+1)}{x^2-x+19}$ • $f'(x) = \dfrac{3(x-3)^2(x+1)}{x+7}$ • $f'(x) = \dfrac{3(3-x)(x+1)}{x^2+4x+9}$

EXERCICE 12

La courbe (C) ci-dessous représente une fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f' la dérivée de la fonction f. On sait que :

— la courbe (C) coupe l'axe des ordonnées au point $A(0;2)$;

— la tangente en A à la courbe (C) coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 4.

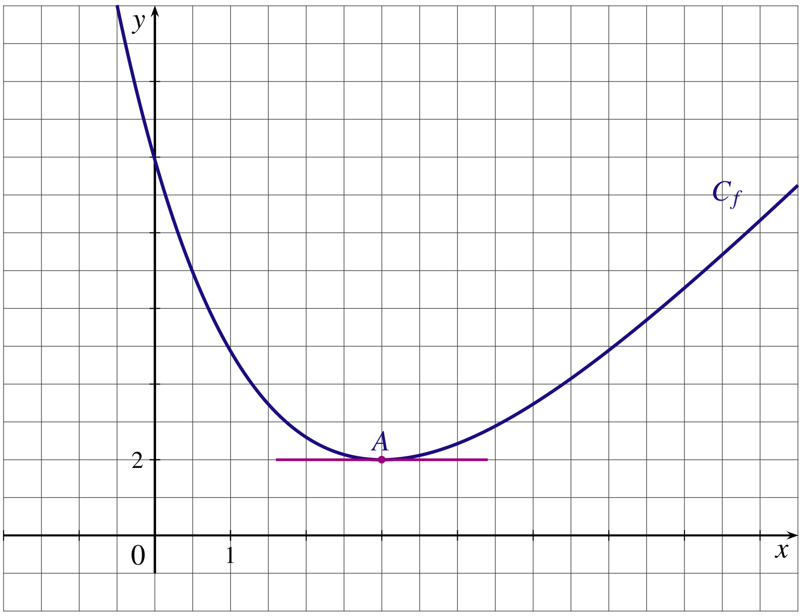


1. À partir du graphique et des renseignements fournis, déterminer $f(0)$ et $f'(0)$.
2. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{1}{f(x)}$.

   Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction g au point d'abscisse 0.

EXERCICE 13

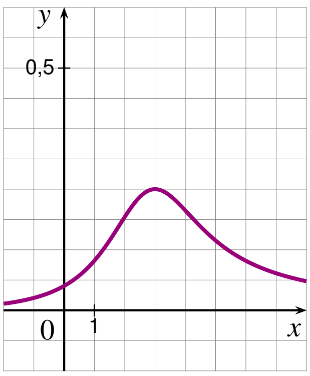
Sur la figure ci-dessous est tracée la courbe représentative notée C_f d'une fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.
La courbe C_f admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point $A(3;2)$.



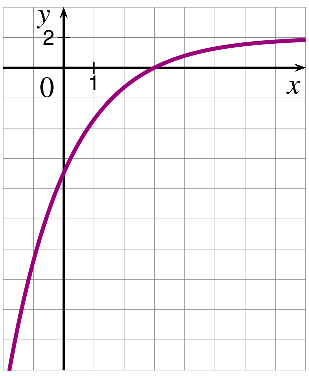
1. À partir du graphique et des renseignements fournis déterminer $f(3)$ et $f'(3)$.
2. Une seule des trois propositions suivantes est exacte, déterminer laquelle.

   a. $f'(2)\times f'(4)<0$ b. $f'(2)\times f'(4)=0$ c. $f'(2)\times f'(4)>0$

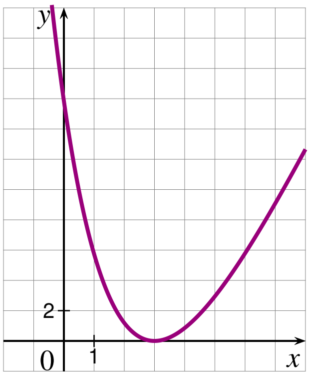
3. Quelle est parmi les trois courbes tracées ci-dessous, la courbe représentative de la fonction f' ?



Courbe C_1



Courbe C_2



Courbe C_3

4. On considère la fonction h inverse de la fonction f. C'est-à-dire la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par $h(x)=\dfrac{1}{f(x)}$.

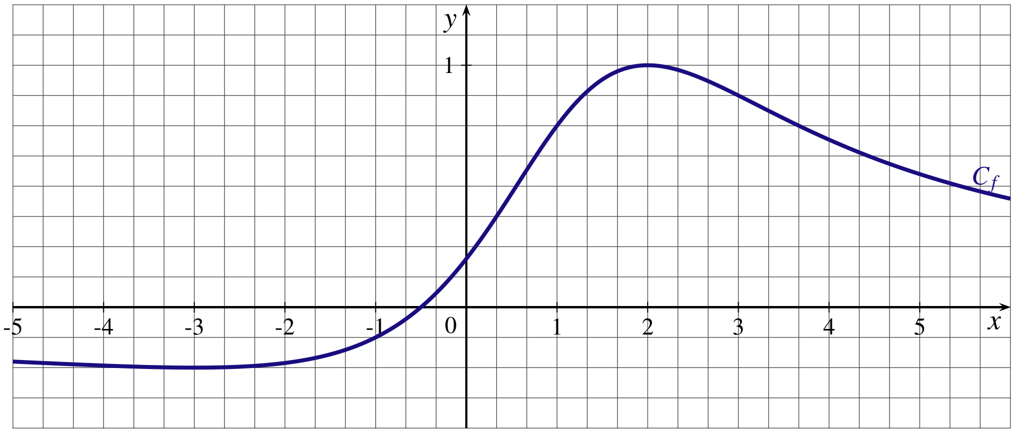
   a) Calculer $h'(3)$
   b) Quelle est parmi les trois courbes de la question 4, celle qui représente la fonction h ?

EXERCICE 14

Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x)=\dfrac{2x+1}{x^2-2x+5}$. On note C_f sa courbe représentative.

1. Calculer la dérivée de la fonction f. Vérifier que $f'(x)=\dfrac{-2x^2-2x+12}{\left(x^2-2x+5\right)^2}$

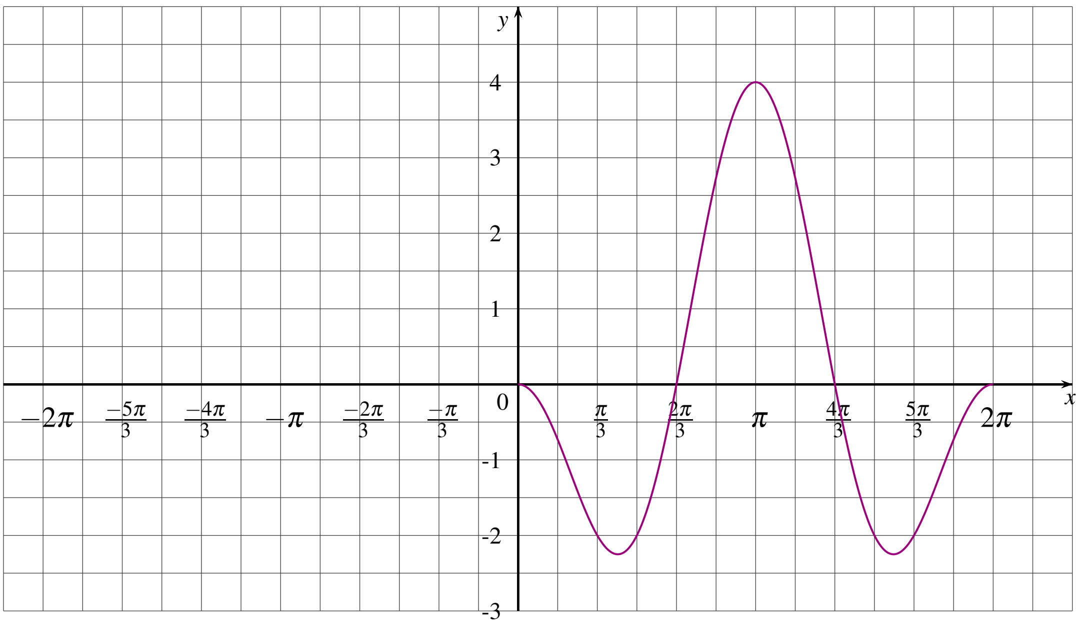
2. a) Étudier le signe de $f'(x)$.
   b) En déduire le tableau des variations de la fonction f.
3. Donner une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 1.
   Tracer la tangente T dans le repère ci-dessous.



EXERCICE 15

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-2\pi;2\pi]$ par $f(x) = \sin(2x) - 2\sin x$

1. Montrer que la fonction f est impaire
2. On note f' la fonction dérivée de f. Calculer $f'(x)$.
3. On donne ci-dessous la représentation graphique de la fonction f' sur l'intervalle $[0;2\pi]$.



   a) Vérifier par le calcul, que l'équation $f'(x) = 0$ admet quatre solutions dans l'intervalle $[0;2\pi]$
   b) À l'aide du graphique, donner le signe de $f'(x)$.

4. Donner le tableau des variations de la fonction f sur l'intervalle $[0;2\pi]$
5. Recopier et compléter le tableau suivant :

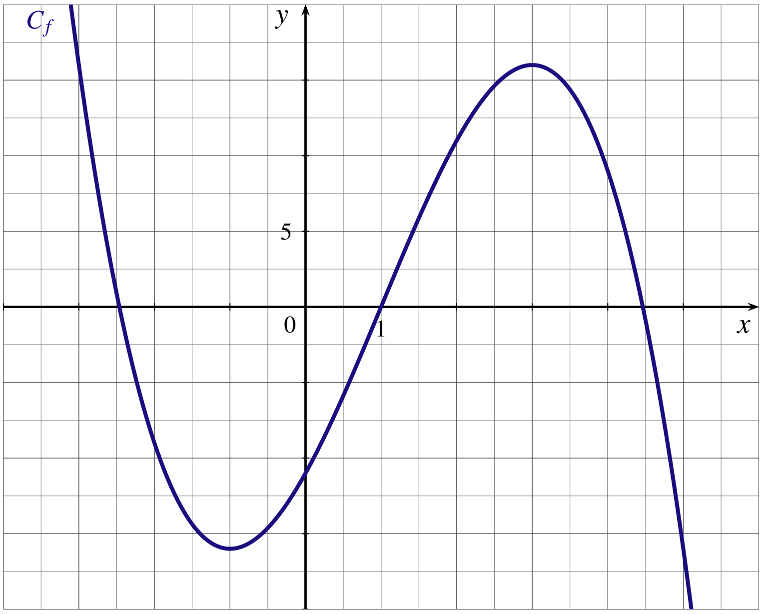
x	0	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	π	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$f(x)$							

6. Tracer la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $[-2\pi;2\pi]$ dans le repère précédent.

EXERCICE 16

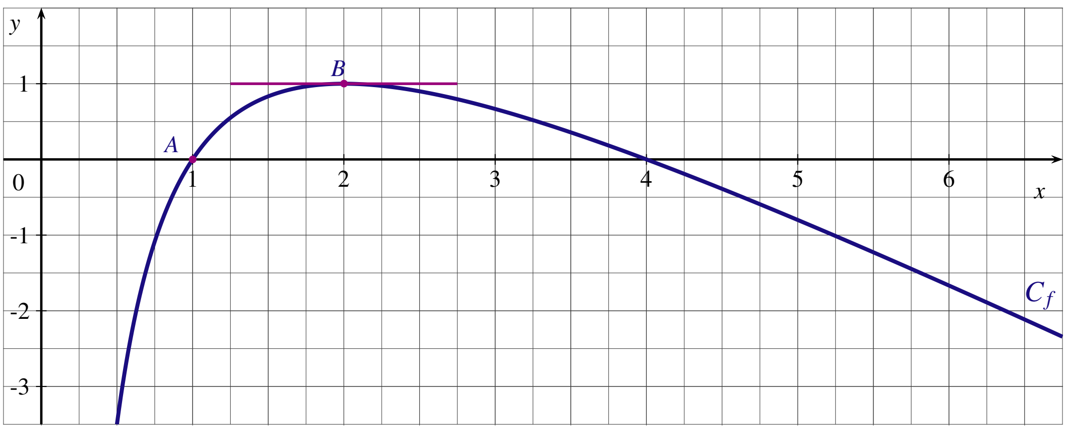
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (1-x)\left(x^2-2x-11\right)$. On note f' sa fonction dérivée.
Sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthogonal du plan est donnée ci-dessous.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Étudier les variations de la fonction f.
3. Déterminer une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.
   Tracer la tangente T dans le repère ci-dessous.



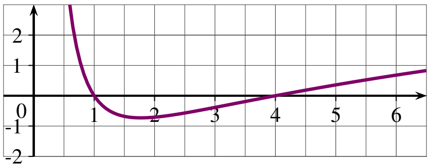
EXERCICE 17

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ par $f(x) = ax+b+\dfrac{c}{x}$ où a, b et c sont trois réels. Sa courbe représentative notée C_f est tracée ci-dessous dans un repère orthogonal. On note f' la dérivée de la fonction f.
La courbe C_f passe par les points $A(1;0)$ et $B(2;1)$. La tangente à la courbe C_f au point B est parallèle à l'axe des abscisses.

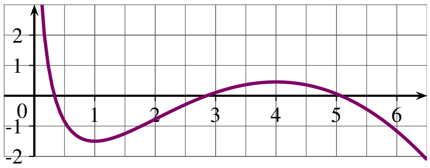


1. Déterminer $f'(2)$.
2. Exprimer $f'(x)$ à l'aide de a, b et c.
3. Calculer a, b et c et donner l'écriture de $f(x)$.
4. Vérifier que $f'(x) = \dfrac{4-x^2}{x^2}$. Étudier le signe de $f'(x)$, en déduire le tableau des variations de la fonction f.

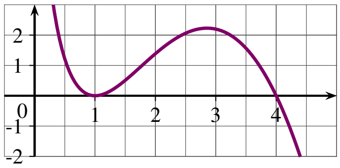
5. Donner une équation de la tangente T à la courbe au point A. Tracer cette droite sur le graphique précédent.
6. Des trois courbes représentées ci-dessous, quelle est celle qui est la représentation graphique d'une fonction F définie sur l'intervalle $]0;+\infty[$ et ayant pour dérivée la fonction f ?



Courbe 1



Courbe 2



Courbe 3

EXERCICE 18

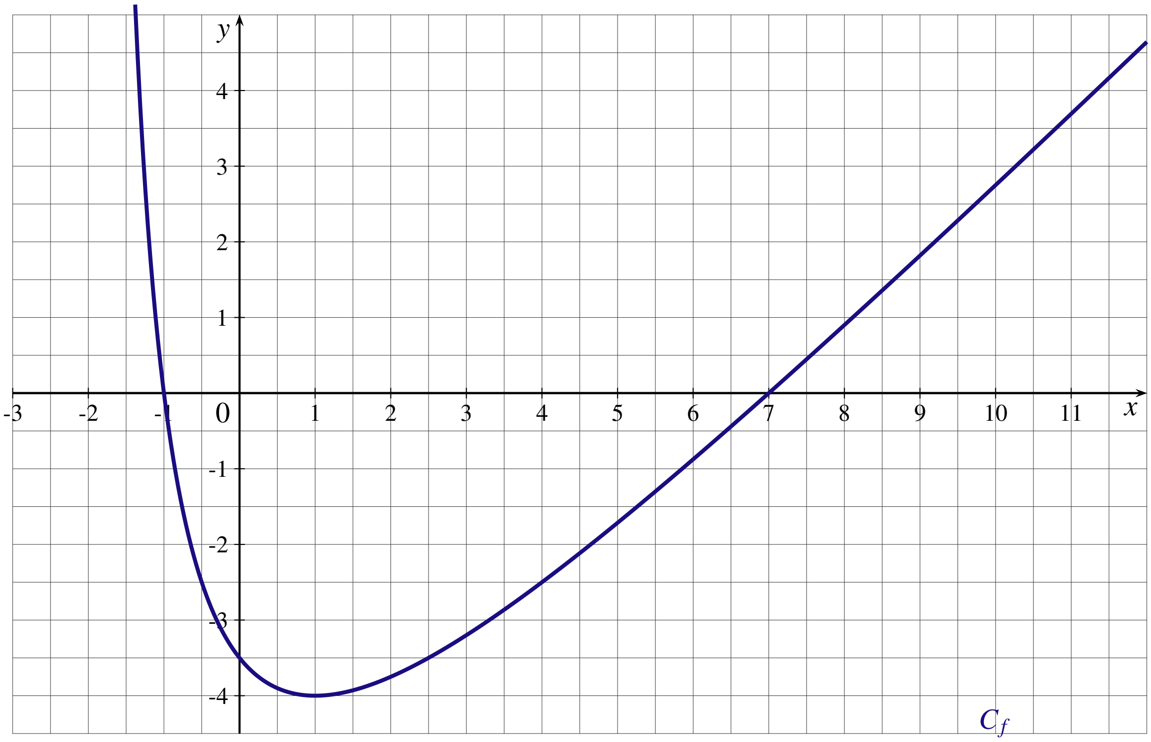
Soit f une fonction définie définie et dérivable sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ dont le tableau des variations est donné ci-dessous.

x	$-\frac{1}{2}$		2		$+\infty$
$f(x)$	$\Vert$	$\searrow$	6	$\nearrow$	

1. On note f' la dérivée de la fonction f. Déterminer $f'(2)$.
2. Déterminer les réels a et b tels que $f(x) = ax + b + \dfrac{25}{2x+1}$.
3. On admet que f est la fonction définie sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ par $f(x) = 2x - 3 + \dfrac{25}{2x+1}$.
   Justifier par le calcul les résultats obtenus dans le tableau de variation.

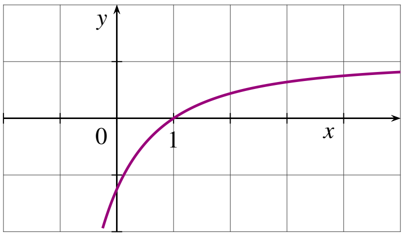
EXERCICE 19

On a tracé ci-dessous, la courbe représentative C_f d'une fonction f définie sur l'intervalle $]-2;+\infty[$. On note f' la dérivée de la fonction f.

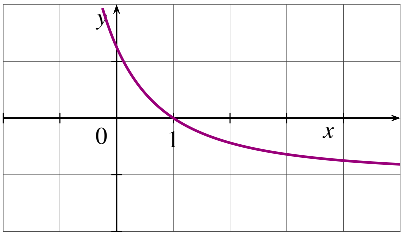


PARTIE A

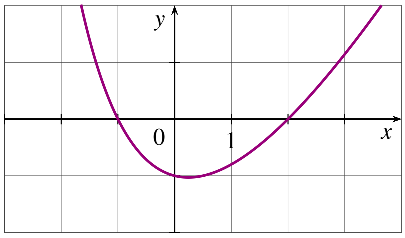
1. Par lecture graphique, donner les valeurs de $f(1)$ et de $f'(1)$
2. Une des trois courbes ci-dessous est la représentation graphique de la fonction f' . Déterminer laquelle.



Courbe C_1



Courbe C_2



Courbe C_3

PARTIE B

La fonction f est définie sur l'intervalle $]-2;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{x^2-6x-7}{x+2}$.

1. Calculer $f'(x)$.
2. Donner le tableau complet des variations de f.