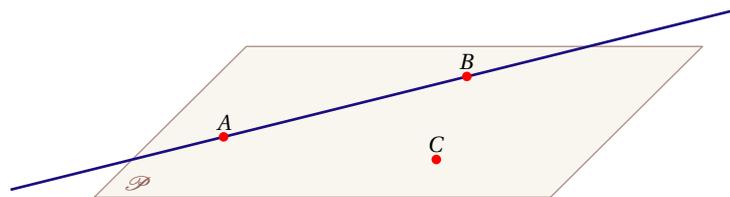


I POSITIONS RELATIVES DE DROITES ET PLANS

1 RÈGLES D'INCIDENCE

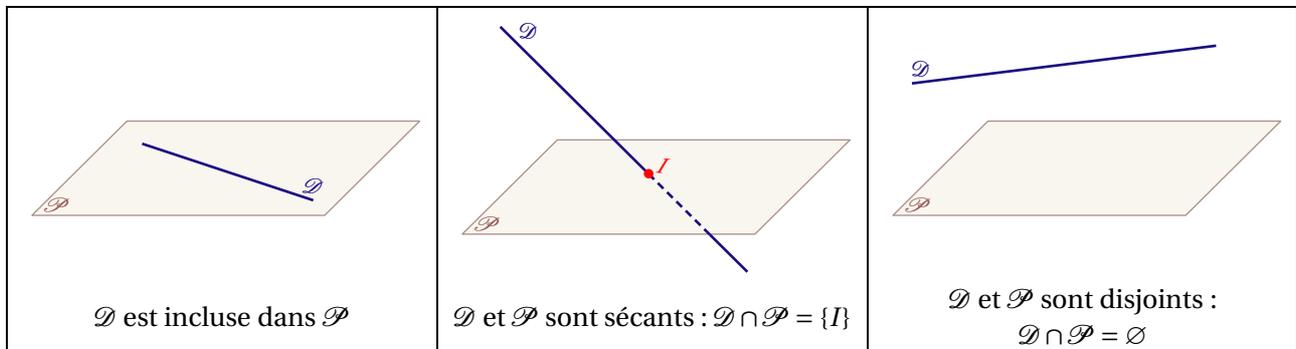
- Deux points distincts de l'espace déterminent une droite unique.
- Trois points non alignés de l'espace déterminent un plan unique.
- Si deux points distincts A et B de l'espace appartiennent à un même plan \mathcal{P} alors, la droite (AB) est contenue dans le plan \mathcal{P} .
- Dans chaque plan de l'espace, on peut appliquer tous les théorèmes de la géométrie plane.



2 POSITIONS RELATIVES D'UNE DROITE ET D'UN PLAN

Soit \mathcal{P} un plan et \mathcal{D} une droite de l'espace. Trois cas peuvent se présenter :

- la droite \mathcal{D} est incluse dans le plan \mathcal{P} ;
- la droite \mathcal{D} et le plan \mathcal{P} sont sécants ;
- la droite \mathcal{D} et le plan \mathcal{P} n'ont aucun point commun.



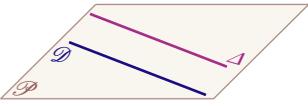
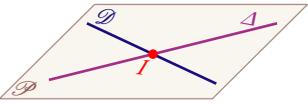
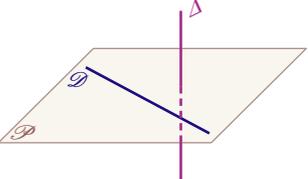
3 POSITIONS RELATIVES DE DEUX DROITES

DROITES COPLANAIRES

Deux droites sont coplanaires lorsqu'elles sont contenues dans le même plan.

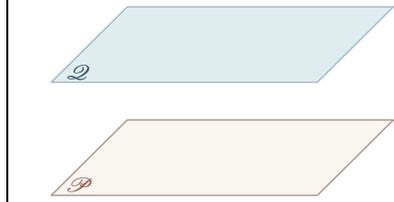
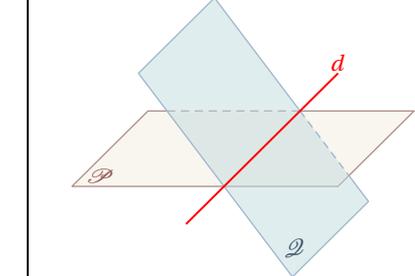
Soient \mathcal{D} et Δ deux droites de l'espace. Quatre cas peuvent se présenter :

- les droites \mathcal{D} et Δ sont confondues ;
- les droites \mathcal{D} et Δ sont strictement parallèles ;
- les droites \mathcal{D} et Δ sont sécantes ;
- les droites \mathcal{D} et Δ ne sont pas coplanaires.

Droites coplanaires		Droites non coplanaires	
Droites parallèles		Droites sécantes	
			
\mathcal{D} et Δ sont confondues	\mathcal{D} et Δ sont strictement parallèles : $\mathcal{D} \cap \Delta = \emptyset$	\mathcal{D} et Δ sont sécantes : $\mathcal{D} \cap \Delta = \{I\}$	\mathcal{D} et Δ sont non coplanaires : $\mathcal{D} \cap \Delta = \emptyset$

4 POSITIONS RELATIVES DE DEUX PLANS

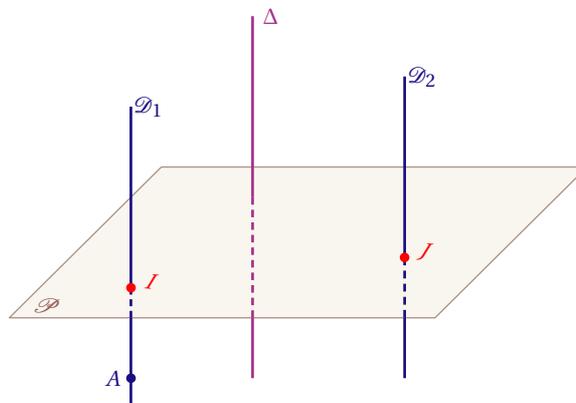
Deux plans de l'espace sont soit sécants, soit parallèles

Plans parallèles		Plans sécants
		
Les plans \mathcal{P} et \mathcal{Q} sont confondus	Les plans \mathcal{P} et \mathcal{Q} sont strictement parallèles	Les plans \mathcal{P} et \mathcal{Q} sont sécants selon une droite d

II PARALLÉLISME DANS L'ESPACE

1 DROITES PARALLÈLES

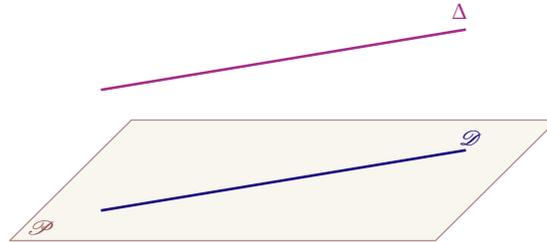
- Par un point A donné dans l'espace, il passe une et une seule droite \mathcal{D} parallèle à une droite donnée Δ .
- Si deux droites sont parallèles à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.
- Si deux droites sont parallèles, alors tout plan qui coupe l'une coupe l'autre.



2 DROITE PARALLÈLE À UN PLAN

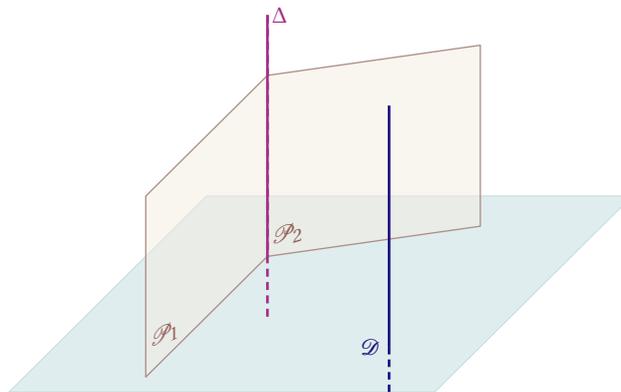
PROPRIÉTÉ 1 :

Si une droite Δ est parallèle à une droite \mathcal{D} incluse dans un plan \mathcal{P} , alors Δ est parallèle à \mathcal{P} .



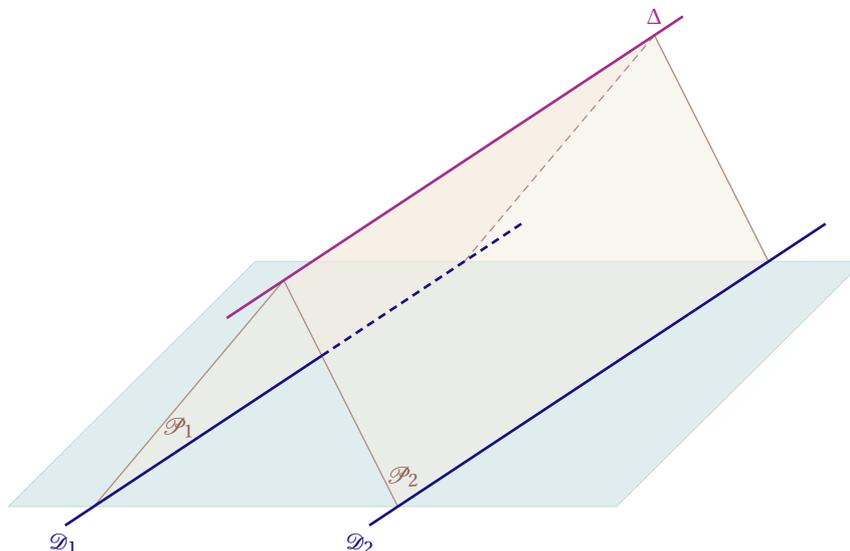
PROPRIÉTÉ 2 :

Si une droite \mathcal{D} est parallèle à deux plans sécants \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 , alors elle est parallèle à leur intersection.



THÉORÈME DU TOIT :

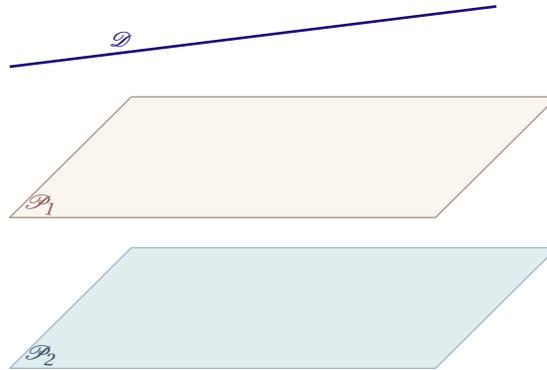
Soit \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 deux droites parallèles.
Soit \mathcal{P}_1 un plan contenant la droite \mathcal{D}_1 et \mathcal{P}_2 un plan contenant la droite \mathcal{D}_2 .
Si \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont sécants, alors leur droite d'intersection est parallèle à \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 .



3 PLANS PARALLÈLES

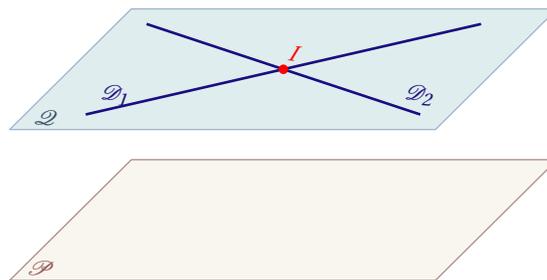
PROPRIÉTÉ 1 :

Soit \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 deux plans parallèles. Alors, toute droite \mathcal{D} parallèle à \mathcal{P}_1 est parallèle à \mathcal{P}_2 .



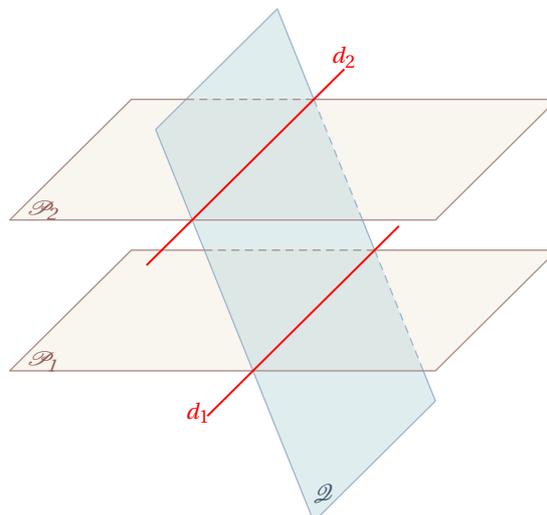
PROPRIÉTÉ 2 :

Deux droites sécantes parallèles à un même plan \mathcal{P} déterminent un plan \mathcal{Q} parallèle au plan \mathcal{P} .



PROPRIÉTÉ 3 :

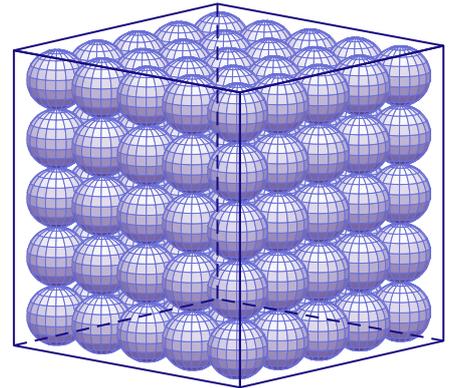
Si \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont deux plans parallèles, alors tout plan \mathcal{Q} qui coupe le plan \mathcal{P}_1 , coupe le plan \mathcal{P}_2 et les droites d'intersection sont parallèles.



EXERCICE 1

Dans une caisse cubique, on empile des boules de 6cm de rayon comme l'indique le dessin ci-contre.

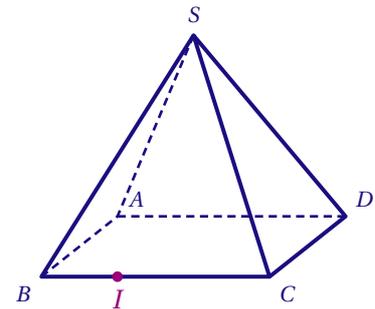
1. Combien de boules contient la caisse?
2. Quel est le volume de la caisse qui contient exactement cet empilement de boules?
3. Le pourcentage du volume la caisse occupé par les boules est-il inférieur à 52 %?



EXERCICE 2

$SABCD$ est une pyramide à base carrée. I est un point du segment $[BC]$, distinct de B et C .

1. Montrer que les plans (SAI) et (SCD) sont sécants.
2. Construire leur intersection.



EXERCICE 3

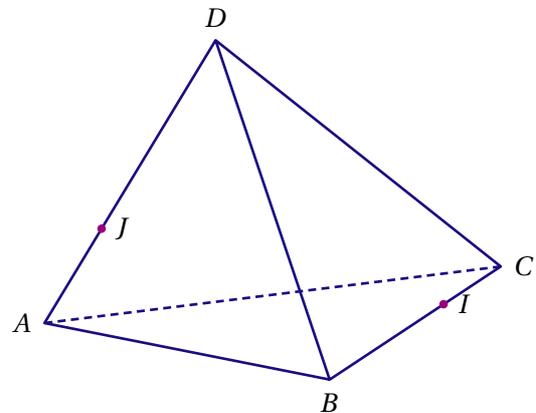
$ABCD$ est un tétraèdre.

I est un point du segment $[BC]$ distinct de B et de C .

J est un point du segment $[AD]$ distinct de A et de D .

Dans chacun des cas suivants, montrer que les plans sont sécants et déterminer leur intersection.

1. (DIJ) et (BCD) .
2. (DIJ) et (ABD) .
3. (DIJ) et (ABC) .

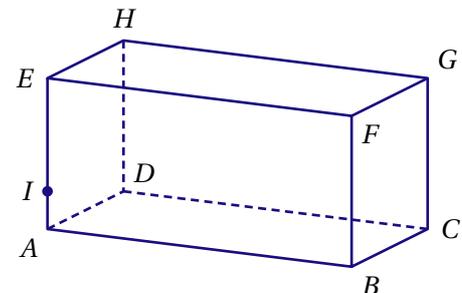


EXERCICE 4

$ABCDEFGH$ est un parallélépipède rectangle.

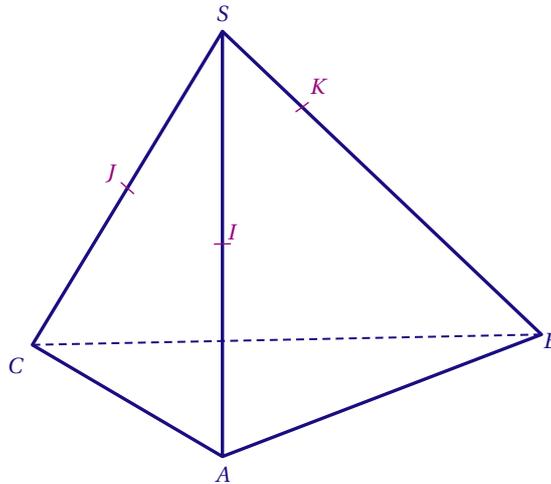
I est un point du segment $[AE]$ distinct de A et de E .

1. Démontrer que A, C, G et I sont coplanaires.
2. Démontrer que la droite (GI) n'est pas contenue dans le plan $(ABCD)$.
3. Construire J , intersection de la droite (GI) et du plan $(ABCD)$.



EXERCICE 5

$SABC$ est un tétraèdre. I est le milieu de $[SA]$, J est le milieu de $[SC]$ et K est un point de $[SB]$ distinct du milieu de ce segment. N est le point d'intersection des droites (JK) et (BC) .

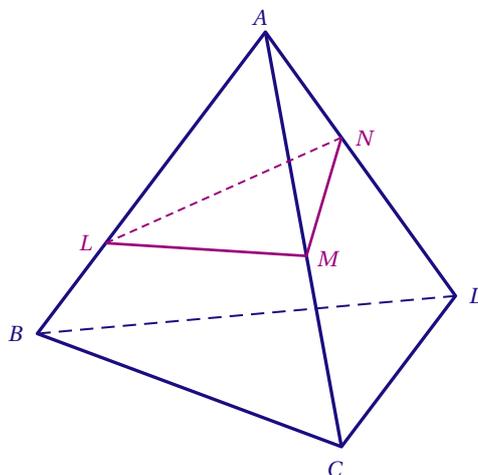


1. Placer sur la figure, le point M intersection de la droite (IK) avec le plan (ABC) .
2. Soit d la droite d'intersection des plans (ABC) et (IJK) .
 - a) Montrer que N est un point de la droite d
 - b) Tracer la droite d sur la figure.
3. Montrer que la droite (IJ) est parallèle au plan (ABC) .
4. Montrer que les droites (AC) et d sont parallèles.

EXERCICE 6

$ABCD$ est un tétraèdre. L , M et N sont trois points placés respectivement sur les arêtes $[AB]$, $[AC]$ et $[AD]$.

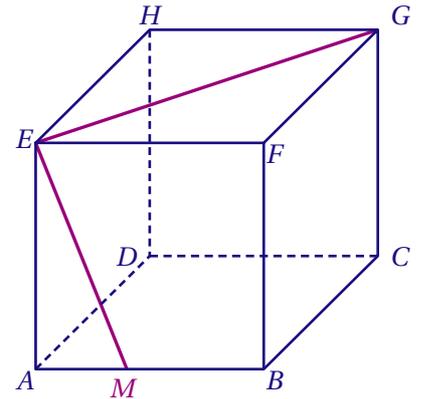
1. Placer le point J intersection de la droite (MN) avec le plan (BCD) .
2. Placer le point K intersection de la droite (BD) avec le plan (LMN) .
3. Les droites (BC) et (LM) sont sécantes en I , montrer que les points I , J et K sont alignés.



EXERCICE 7

$ABCDEFGH$ est un cube. M est un point de l'arête $[AB]$.

1. Le plan (GEM) coupe l'arête $[BC]$ en N . Que peut-on dire des droites (GE) et (MN) ?
2. Représenter la trace du plan (GEM) sur les faces du cube.



EXERCICE 8

Les points M , A et I sont respectivement les points d'intersection d'un plan \mathcal{P} avec les arêtes $[SG]$, $[SE]$ et $[SR]$ de la pyramide $SROGE$.

1. Représenter la droite \mathcal{D} intersection du plan \mathcal{P} avec le plan de base de la pyramide $SROGE$.
2. a) Construire le point N intersection du plan \mathcal{P} avec l'arête $[SO]$.
b) Représenter la trace du plan \mathcal{P} sur les faces de la pyramide $SROGE$.

