Exercice 4

Temps initial : $t=0$ il y a 11 ans

$+11$ ($t=0$ $N=3260$; $t=11$ $N=3260+2119=5379=3260\cdot 1{,}65$ ↓ $\cdot 1{,}65$

$$N(t) = 3260 \cdot 1{,}65^{t/11}$$

a) "Dans 7 ans" → $7+11 = 18$ ans écoulés

$N(18) = 3260 \cdot 1{,}65^{18/11} = 7397{,}74 \rightarrow \sim 7398$ chats

b) $N(t) = 10'001$

$\Leftrightarrow 3'260 \cdot 1{,}65^{t/11} = 10'001$

$\Leftrightarrow 1{,}65^{t/11} = \frac{10'001}{3'260}$

$\Leftrightarrow \log_{1{,}65}\left(\frac{10'001}{3'260}\right) = \frac{t}{11}$

$\Leftrightarrow t = 11 \cdot \frac{\log\left(\frac{10'001}{3'260}\right)}{\log(1{,}65)}$

$\Leftrightarrow t \approx 24{,}62$

$N(t) = 3'260 \cdot 1{,}65^{t/11}$

$\div 3'260$

$a^x = u \Leftrightarrow \log_a(u) = x$

$\cdot 11$, $\log_a(u) = \frac{\log_b(u)}{\log_b(a)}$, $\hookrightarrow$

CN

→ Dans 25 années complètes

Exercice 5

$+20$ ($N=0$ 200 millions ; $N=20$ 100 millions ↓ $\cdot \frac{1}{2}$ → 100 millions de couples

a) $N(t) = 200 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/20}$

b) $N(50) = 200 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{50/20} \approx 35{,}4$ millions

c) $N(t) = 10$

$\Leftrightarrow 200 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/20} = 10$

$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{t/20} = \frac{1}{20}$

$\Leftrightarrow \log_{1/2}\left(\frac{1}{20}\right) = \frac{t}{20}$

$\Leftrightarrow t = 20 \cdot \frac{\log\left(\frac{1}{20}\right)}{\log\left(\frac{1}{2}\right)}$

$\Leftrightarrow t \approx 86{,}44$

$N(t) = 200 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{t/20}$

$\div 200$

$\log_a(u) = x \Leftrightarrow a^x = u$

$\cdot 20$, $\log_a(u) = \frac{\log(u)}{\log(a)}$, $\hookrightarrow$

CN

→ dans 87 ans

Exercice 6

a) $t=0$: 75 mg
$t=1$: $75(1-0{,}3) = 75 \cdot 0{,}7$
$t=2$: $75 \cdot 0{,}7^2$

$Q(t) = 75 \cdot 0{,}7^t$

b) $Q(4) = 75 \cdot 0{,}7^4 \approx 18$ mg

c) Il doit rester 1% du médicament : $75 \cdot 0{,}01 = 0{,}75$

$Q(t) = 0{,}75$
$\Leftrightarrow 75 \cdot 0{,}7^t = 0{,}75$
$\Leftrightarrow 0{,}7^t = 0{,}01$
$\Leftrightarrow \log_{0{,}7}(0{,}01) = t$
$\Leftrightarrow t = \frac{\log(0{,}01)}{\log(0{,}7)}$
$\Leftrightarrow t \approx 12{,}9$ heures $= 12$h 54 minutes

$Q(t) = 75 \cdot 0{,}7^t$
$\div 75$
$a^x = u \Leftrightarrow \log_a(u) = x$
$\leftrightarrow, \log_a(u) = \frac{\log(u)}{\log(a)}$
CN

0,9h → 54 minutes
1h → 60 minutes

Exercice 7

$t=0$	50	$\cdot \frac{2}{5}$	$S(t) = 50 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{t/5}$
$t=5$	20		

+5

Il doit rester 10% → $50 \cdot 10\% = 5$ kg

$S(t) = 5$
$\Leftrightarrow 50 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{t/5} = 5$
$\Leftrightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{t/5} = 0{,}1$
$\Leftrightarrow \log_{\frac{2}{5}}(0{,}1) = \frac{t}{5}$
$\Leftrightarrow t = 5 \cdot \frac{\log(0{,}1)}{\log(2/5)}$
$\Leftrightarrow t \approx 12{,}56$

$S(t) = 50 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{t/5}$
$\div 50$
$a^x = u \Leftrightarrow \log_a(u) = x$
$\cdot 5, \log_a(u) = \frac{\log_b(u)}{\log_b(a)} \leftrightarrow$

Il faudra encore :
$12{,}56 - 5 = 7{,}56 = 7$h 34

Exercice 8

Population A : $2 \cdot 2^{t/18}$

Population B : $6 \cdot 2^{t/27}$

$\Rightarrow \quad 2 \cdot 2^{t/18} = 6 \cdot 2^{t/27}$ | $\div 2^{t/27}$, $\div 2$ (avec > 0)

$\Leftrightarrow \quad \frac{2^{t/18}}{2^{t/27}} = 3$ | $\frac{2^m}{2^n} = 2^{m-n}$

$\Leftrightarrow \quad 2^{t/18 - t/27} = 3$ | $\frac{t}{18} - \frac{t}{27} = \frac{3t}{54} - \frac{2t}{54} = \frac{t}{54}$

$\Leftrightarrow \quad 2^{t/54} = 3$ | $a^x = 4 \Leftrightarrow \log_a(4) = x$

$\Leftrightarrow \quad \log_2(3) = \frac{t}{54}$ | $\cdot 54$, $\log_2(3) = \frac{\log(3)}{\log(2)}$

$\Leftrightarrow \quad 54 \frac{\log(3)}{\log(2)} = t$ | $\leftrightarrow$, CN

$\Leftrightarrow \quad t \cong 85{,}59$ ans

Les populations seront les mêmes dans $\sim$ 85,59 ans