Thème 1: Calcul numérique

1.1 Calculs avec des nombres entiers

Notations : *ensemble des nombres naturels*

- L'ensemble des *nombres naturels* est noté $\mathbb{N}$:

$$\mathbb{N} = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \ldots\}$$

- L'astérisque * est utilisé pour indiquer que l'ensemble est privé du zéro.

$$\mathbb{N}^* = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; \ldots\}$$

Notations : *ensemble des nombres entiers*

- L'ensemble *des nombres entiers* est noté $\mathbb{Z}$:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ;\ldots\}$$

En certaines occasions, on met en indice un + ou un – pour indiquer que l'on ne considère que les nombres positifs, resp. négatifs :

$$\mathbb{Z}_+ = \{0 ; 1 ; 2 ; 3 ; \ldots\} \qquad \mathbb{Z}_- = \{0 ; -1 ; -2 ; -3 ; \ldots\}$$

On remarque que 0 appartient à ces deux ensembles.

- L'ensemble *des nombres entiers non nuls* est noté $\mathbb{Z}^*$

Définition : *nombres premiers*

Un *nombre premier* est un nombre entier naturel qui admet exactement deux diviseurs distincts : 1 et lui-même.

Remarques :

- Les nombres suivants sont des nombres premiers :

$$2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19 ; 23 ; 29 ; \ldots. ; 4999 ; \ldots$$

- Il existe un nombre infini de nombres premiers.
- Une propriété importante des nombres naturels est que tout nombre naturel supérieur à 1 se décompose de manière unique en un produit de nombres premiers.

Modèle 1 : *décomposition en facteurs premiers*

Décomposer le nombre 1040 en un produit de facteurs premiers.

Modèle 2 : Trouver le **p**lus **g**rand **d**iviseur **c**ommun des nombres 60 et 48.

plus grand diviseur commun (PGDC)

Modèle 3 : Trouver le **p**lus **p**etit **m**ultiple **c**ommun des nombres 60 et 48.

plus petit multiple commun (PPMC)

Exercice 1.1: Décomposer les nombres suivants en facteurs premiers.

a) 335	**b)** 204
c) 760	**d)** 1485
e) 4 080	**f)** 4788

Exercice 1.2: Trouver le plus grand diviseur commun des nombres suivants :

a) 84 et 180	**b)** 255 et 120
c) 108 et 252	**d)** 182 et 494
e) 912 et 2 394	**f)** 785 et 1884

Exercice 1.3: Trouver le plus petit multiple commun des nombres suivants :

a) 12 et 16	**b)** 24 et 52
c) 30 et 84	**d)** 90 et 168
e) 84 et 245	**f)** 140 et 450
g) 12, 15 et 18	**h)** 24, 32 et 38

1.2 Critères de divisibilité

Rappels des critères de divisibilité

divisible par…	**si…**	**exemple**	**contre-exemple**
2	le nombre est pair	234342	21223
3	la somme des chiffres du nombre est divisible par 3	45321	1111
4	le nombre formé des 2 derniers chiffres est divisible par 4	123324	122122
5	le dernier chiffre est 0 ou 5	334345	3343
6	le nombre est pair et la somme des chiffres est divisible par 3	12216	111111
8	le nombre formé des 3 derniers chiffres est divisible par 8	232888	23802
9	la somme des chiffres du nombre est divisible par 9	9981	8093
10	le dernier chiffre du nombre est 0	780	7765
12	la somme des chiffres du nombre est divisible par 3 et le nombre formé des 2 derniers chiffres est divisible par 4	123456	123454

Divisibilité par 7 : Un nombre est divisible par 7 si et seulement si « le nombre de ses dizaines moins deux fois le chiffre de ses unités » est un multiple de 7.

Modèle 4 : Déterminer si 2352 est divisible par 7.

divisible par 7 ?

Divisibilité par 11 : Un nombre est divisible par 11 si et seulement si « la somme de ses chiffres de rang pair moins la somme de ses chiffres de rang impair » est un multiple de 11.

Modèle 5 : Déterminer si 41327 est divisible par 11.

divisible par 11 ?

Exercice 1.4: Déterminer sans machine si les nombres sont divisibles par 7 :

a) 4991 **b)** 1010101

Déterminer sans machine si les nombres sont divisibles par 11 :

c) 204182 **d)** 12345678

Exercice 1.5: À l'aide des critères de divisibilité, dire sans utiliser la calculatrice si les nombres suivants ont des diviseurs parmi les nombres de 2 à 12.
On peut par exemple présenter les réponses dans un tableau.

a) 450 **b)** 17'661
c) 560 **d)** 302'328
e) 9'860 **f)** 1'564
g) 13'110 **h)** 156'009

1.3 Ordre de priorité des opérations et règle des signes

Introduction : Que peut bien valoir le résultat du calcul suivant ?

$$3 + 2 \cdot 5 - 1$$

Dans un calcul noté sans parenthèses, il faut savoir dans quel ordre effectuer les opérations. Ce n'est pas toujours de gauche à droite !!
L'usage veut qu'on doive effectuer dans l'ordre :

- les puissances ;
- les multiplications et les divisions ;
- les additions et les soustractions.

Pour changer cet ordre de priorité, la seule possibilité est d'utiliser des parenthèses.
Les signes de racines, ainsi que les barres de fraction sont à considérer comme des parenthèses en ce qui concerne la priorité des opérations.
On calcule de gauche à droite lorsque les opérations ont le même ordre de priorité.

Modèle 6 : **a)** $2 + 5 \cdot 3^2 + 1 =$

b) $-5^2 + 6 \cdot (2 + 1) =$

priorité des opérations?

c) $5 - 3 + 8 =$

Règle des signes :

$$(-a)\cdot b = -(a\cdot b) = a\cdot(-b)$$

$$(-a)\cdot(-b) = a\cdot b$$

$$\frac{-a}{b} = -\frac{a}{b} = \frac{a}{-b}$$

$$\frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$

Modèle 7 : **a)** $-7^2\cdot(2-5)^2 =$

règle des signes

b) $\dfrac{-3^2+10}{-(8-5)^2} =$

Exercice 1.6: Calculer avec l'aide de la machine

a) -7^2 **b)** $(-7)^2$

c) $4+3\cdot 5$ **d)** $\dfrac{16}{-4\cdot 2}$

e) $16\div(4\div 2)-(16\div 4)\div 2$ **f)** $-45\cdot(-8)-(-48)\cdot 5$

g) $9+2\cdot 5-(1-3-11)$ **h)** $(5^2-12)\cdot(16-3^2-\sqrt{100})$

i) $9+(4\cdot 6+3\cdot 2-2)-4$ **j)** $52-14\cdot 3+60\div 2^2-8$

k) $10^2+20\cdot\sqrt{100-36}$ **l)** $\dfrac{3\cdot 16}{25+(4-5^2)}$

Exercice 1.7: Mettre les 3 nombres suivants dans les mémoires de votre calculatrice :

$a = 23465$ $b = 100+(20\cdot(-6))^2$ $c = 5-(4-6-89)$

Calculer $a-b+c$

Exercice 1.8: Recopier les expressions suivantes en remplaçant les lettres par les valeurs $a=-4$, $b=6$ et $c=3$, en utilisant des parenthèses lorsque c'est nécessaire. Calculer ensuite la valeur de ces expressions.

a) $a+b\div c$ **b)** $2b\div a$

c) a^2+b **d)** $c-a^2$

e) $3ab-2bc$ **f)** $a^2-2ab-2b^2$

g) b^2-4ac

1.4 Nombres écrits en code décimal ou en code fractionnaire

Définition : Les nombres qui ont un développement décimal fini ou infini et périodique sont appelés des *nombres rationnels*.
L'ensemble des nombres rationnels est noté $\mathbb{Q}$.
Nous allons voir dans les deux modèles qui suivent que l'ensemble des nombres rationnels n'est rien d'autre que l'ensemble des fractions.

ensembles des nombres rationnels

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \;\middle|\; a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

Ainsi, le nombre 2,5 est un nombre rationnel, car il peut s'écrire 5/2. De même $3{,}75 = \frac{375}{100} = \frac{15}{4}$ et $-2 = \frac{-2}{1}$ sont des nombres rationnels.

Définition :

- Les nombres dont la suite décimale est infinie et non périodique sont appelés *nombres irrationnels*.
  Par exemple, les nombres suivants sont irrationnels :

suite décimale infinie et non périodique

$$\sqrt{2} = 1{,}41421356\ldots \quad \sqrt{3} = 1{,}73205080\ldots$$
$$\pi = 3{,}14159265\ \ldots \quad e = 2{,}71828182\ \ldots$$

ensemble des nombres réels

- L'ensemble comprenant à la fois les nombres rationnels et les nombres irrationnels est appelé *ensemble des nombres réels*, il est noté $\mathbb{R}$.
- L'ensemble des *réels positifs* est noté $\mathbb{R}_+$, l'ensemble des *réels négatifs* est noté $\mathbb{R}_-$ et l'ensemble des *réels non nuls* est noté $\mathbb{R}^*$

Modèle 8 : En effectuant la division, donner le développement décimal des nombres suivants:

développement décimal périodique

$$\frac{22}{7} = \qquad\qquad\qquad \frac{3}{11} =$$

Exercice 1.9: Donner le développement décimal de :

a) $\dfrac{2}{3}$ **b)** $\dfrac{11}{9}$ **c)** $\dfrac{158}{17}$

Modèle 9 : Écrire chacun des trois nombres suivants comme quotient de deux entiers :

passage en code fractionnaire

$3{,}05$ $7{,}\overline{234}$ $3{,}2\overline{15}$

Exercice 1.10: Exprimer les nombres comme quotient de deux entiers :

a) $2{,}3$ **b)** $1{,}\overline{37}$

c) $0{,}\overline{3}$ **d)** $0{,}\overline{25}$

e) $3{,}\overline{12}$ **f)** $0{,}2\overline{35}$

g) $6{,}1\overline{23}$ **h)** $3{,}\overline{9}$

1.5 Calcul de fractions à l'aide de la calculatrice

Introduction : Selon les modèles, les calculatrices disposent d'une touche « $\mathbf{a}^{b/c}$ » ou d'une touche « / ».
Ceci permet de faire toutes sortes de calculs de fractions, en laissant les réponses sous forme de fractions, ce qui n'est pas le cas si vous utilisez la touche de division « ÷ » qui donne les réponses en code décimal.

Exemple 1 : • Calculer $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$

Il suffit de taper :

à compléter à l'aide votre machine **:**

La machine affiche :

• Calculer $\frac{3}{2}+\frac{6}{2}=$

Attention : *Les calculatrices donnent souvent des réponses sous forme commerciale pour les nombres plus grands que 1.*
Par exemple $\frac{9}{2}=4.5$ *sera noté « quatre et demi ».*

• Convertir **4_1/2** (qui correspond donc à $4+\frac{1}{2}$) sous forme habituelle :

à compléter à l'aide votre machine **:** Il suffit de taper :

La machine affiche alors : **9/2**

Exemple 2 : • La conversion du code décimal au code fractionnaire est possible dans certains cas.

Passer de 3,5 à 7/2 à l'aide de la calculatrice.

à compléter à l'aide votre machine **:**

On utilise la touche :

Exercice 1.11: Calculer à l'aide de la calculatrice

a) $\frac{3}{4}+\frac{2}{5}=$ **b)** $\frac{2}{3}+\frac{4}{5}=$ **c)** $\frac{5}{6}+\frac{2}{7}=$

d) $\frac{23}{17}-\frac{4}{5}+\frac{7}{6}-2=$ **e)** $\frac{2}{5}\cdot\frac{15}{4}\cdot\frac{1}{-3}\cdot\frac{2}{9}=$

Exercice 1.12: Calculer à l'aide de la calculatrice

a) $\frac{1}{3}\left(\frac{4}{5}-\frac{2}{3}\right)=$ **b)** $\left(\frac{4}{3}-\frac{2}{5}\right)\cdot\left(3-\frac{6}{8}\right)=$ **c)** $\left(\frac{7}{8}-\frac{11}{3}\right)\div\frac{12}{5}=$

d) $\dfrac{\frac{4}{5}+\frac{7}{3}}{4+\frac{2}{3}}=$ **e)** $1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{5}}}}=$

Exercice 1.13: Simplifier les fractions suivantes (code irréductible)

a) $\dfrac{10}{595}$ **b)** $\dfrac{595}{60}$

Exercice 1.14: Convertir en code fractionnaire le nombre

a) 1,2 **b)** 3,65 **c)** 0,33

Votre calculatrice en difficultés ?

- Introduire la fraction $\frac{1}{3}$ dans votre calculatrice, convertir en code décimal, puis convertir la réponse en code fractionnaire.
- Introduire 0,3333333333… dans votre calculatrice, puis essayer de faire convertir ce nombre en code fractionnaire.

Devinette : Quel est le comble du mathématicien ?

C'est de se faire piquer sa moitié par un tiers dans un car.

1.6 Le langage des ensembles

Précisons quelques notations :

- **Appartenance**

  Pour exprimer que x est un élément de l'ensemble E, on écrit $x \in E$, et on lit « x appartient à E ».

  Exemples : $4 \in \mathbb{N}$, $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$, $\dfrac{2}{3} \in \mathbb{Q}$, …

  Si x n'est pas un élément de l'ensemble E, on écrit $x \notin E$, et on lit « x n'appartient pas à E ».

  Exemples : $-10 \notin \mathbb{N}$, $\dfrac{3}{5} \notin \mathbb{Z}$, $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$, …

- **Inclusion**

  Pour exprimer qu'un ensemble F contient tous les éléments d'un ensemble E, on note $E \subset F$. Et on lit « E inclus dans F ».

- **Égalité**

  On dit que deux ensembles A et B sont *égaux* lorsqu'ils contiennent les mêmes éléments.

Exemple : $\mathbb{N}^* \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Exercice 1.15: Parmi les ensembles $\mathbb{N}^*$, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ indiquer lequel est le plus petit ensemble comprenant les nombres suivants :

a) 0 **b)** 2 **c)** –1 **d)** 0,2

e) 1/2 **f)** -3/5 **g)** 2,353535... **h)** 1342

i) $\sqrt{3}$ **j)** $\sqrt{9}$

Définitions :

- On donne souvent un ensemble en notant entre des accolades la liste de ses éléments, séparés par des points-virgules.

  $$\text{Par exemple } A = \{1;2;3;4;5\}.$$

  On dit que l'ensemble est **donné en énumération**.

- Le même ensemble peut être décrit par une propriété en remarquant qu'il s'agit de l'ensemble des nombres naturels compris entre 1 et 5. On notera par exemple :

  $$A = \left\{x \in \mathbb{N}^* \,\middle|\, x \text{ est inférieur à } 6\right\}.$$

  L'ensemble est alors **donné en compréhension**.

- L'ensemble ne contenant aucun élément est **l'ensemble vide**. On le note $\varnothing$ ou $\{\}$.

Exercice 1.16: Sachant que $U = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 7 ; 8 ; 9 ; 10\}$, énumérer les éléments des ensembles suivants :

a) $A = \{x \in U \mid x$ est inférieur à $5\}$

b) $B = \{x \in U \mid x$ est un nombre pair$\}$

c) $C = \{x \in U \mid x$ est un nombre impair$\}$

d) $D = \{x \in U \mid x$ est supérieur à $8\}$

e) $E = \{x \in U \mid x$ est inférieur à 3 ou supérieur à $8\}$

f) $F = \{x \in U \mid x$ est inférieur à 8 et supérieur à $3\}$

Exercice 1.17: Soit l'ensemble $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x$ est divisible par $2\}$.

a) Quel est l'ensemble de référence de la variable x ?

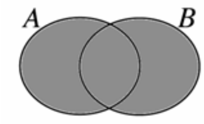
b) Est-ce que $4 \in A$? Justifier.

c) Est-ce que $5 \in A$? Justifier.

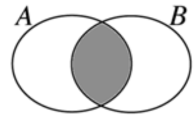
d) Est-ce que $-4 \in A$? Justifier.

opérations sur les ensembles

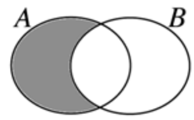
- La *réunion* de deux ensembles A et B, notée $A \cup B$ (qui se lit A union B), est l'ensemble formé de tous les éléments qui sont dans l'un ou l'autre des deux ensembles.



- L'*intersection* de deux ensembles A et B, notée $A \cap B$, est un ensemble formé des éléments communs aux deux ensembles.



- La *différence* de deux ensembles A et B, notée $A - B$, est un ensemble formé des éléments de A qui ne font pas partie de B.



Exercice 1.18: Décrire en vos propres mots l'ensemble $\mathbb{R} - \{2\}$.

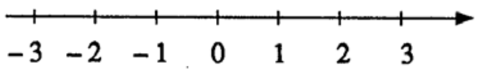
Exercice 1.19: Décrire en vos propres mots l'ensemble $\mathbb{R}_+^* \cup \{0\}$.

Exercice 1.20: Sachant que $A = \{1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5\}$ et $B = \{2 ; 4 ; 6 ; 8 ; 10\}$, trouver les ensembles suivants :

a) $A \cup B$ **b)** $A \cap B$
c) $A - B$ **d)** $B - A$

1.7 Intervalles et signes d'inégalités

Introduction : L'ensemble des nombres réels peut se représenter sur un axe.



Dans la résolution de problèmes, on cherche souvent à savoir quand deux nombres sont égaux. Il peut aussi arriver qu'on cherche à savoir quand un nombre est plus grand qu'un autre. On doit alors utiliser les signes d'inégalité :

$$< \;,\; > \;,\; \leq \;,\; \geq.$$

Exemple 1 : Pour travailler comme personnel de cabine dans certaines compagnies d'aviation, il faut avoir une taille minimum (1,62 pour les femmes, et 1,72 pour les hommes).
Si le nombre x désigne la taille en mètres d'un homme voulant suivre une formation dans ce domaine, il faut que x soit supérieur ou égal à $1,72$.

On note cela à l'aide de l'inégalité $x \geq 1,72$.

Exemple 2 : Une certaine pièce mécanique est jugée bonne si elle mesure entre $25,03$ cm et $25,04$ cm. Si L désigne la taille en cm d'une pièce, elle sera acceptée si $25,03 \leq L \leq 25,04$.

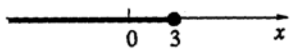
Notation :

- On note $a < b$ si a est inférieur à b. Cette inégalité peut aussi être lue de droite à gauche : b est supérieur à a.
- On note $x \geq y$ si x est supérieur ou égal à y. Cette inégalité est vérifiée par exemple si $x = 2$ et $y = -3$. Elle l'est aussi si $x = y = 5$

Notation en intervalles : Considérons l'ensemble défini par $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 3\}$; c'est-à-dire : *l'ensemble de tous les nombres réels inférieurs ou égaux à 3*.

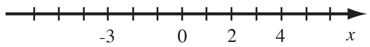
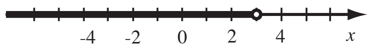
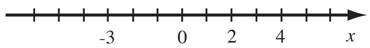
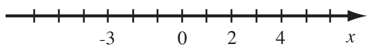
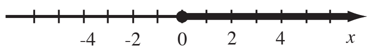
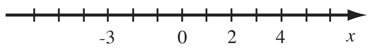
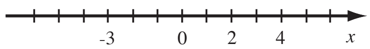
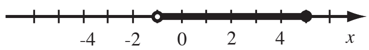
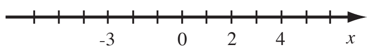
Cet ensemble se note également $]-\infty\,; 3]$ qui se lit «intervalle de moins l'infini à 3».

Cet intervalle peut se représenter sur un axe de la façon suivante :



Exemples :

Exercice 1.21: Dans chacun des cas suivants, compléter :

Inégalité	Axe	Intervalle
a) $x > 4$		
b)		
c)		$[-1\ ;\ \infty[$
d) $x \leq -3$		
e)		
f)		$]-\infty\ ;\ 1]$
g) $-2 \leq x < 5$		
h)		
i)		$]-\infty\ ;\ -1] \cup\ ]4\ ;\ \infty[$

Modèle 10 : Les ensembles A et B sont définis de la façon suivante :

intervalles réels

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 3\}$$

Représenter graphiquement ces ensembles et en déduire leur intersection puis leur réunion.

Modèle 11 : Trouver la réunion et l'intersection des ensembles A et B définis de la façon suivante :

intervalles réels

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -3\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 4\}$$

Exercice 1.22: Décrire le résultat des opérations en notation d'intervalle

a)]-4 ; 7] $\cap$ [1 ; 3[**b)**]-2 ; 4] $\cup$ [3 ; 6[

c)]-∞ ; 5] $\cup$ [2 ; ∞[**d)**]-3 ; 0] $\cap$ [2 ; 6[

e)]-∞ ; 7] $\cap$ [3 ; ∞[**f)**]-∞ ; 4] $\cap$]-∞ ; 3[

g)]-3 ; 3[$\cup$]5 ; ∞[**h)** [3 ; ∞[$\cap$]0 ; ∞[

1.8 Calculs sur les puissances et la notation scientifique

Définition :

- Une puissance d'un nombre est le résultat de la multiplication répétée de ce nombre avec lui-même. Elle est en exposant, indiquant le nombre de fois qu'apparaît le nombre comme facteur dans cette multiplication.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ facteurs}}$$

L'entier *n positif* est appelé exposant.

- On définira également a^{-n} par:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Propriétés : Soit a et b des nombres réels, m et n des entiers positifs non nuls

Formule:	**Exemple**:
1) $a^0 = 1$	
2) $a^{-1} = \frac{1}{a}$	
3) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	
4) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	
5) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$	
6) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	

Modèle 12 : Calculer :

propriétés

a) $5^3 \cdot 5^{-3} =$ **b)** $(2^2)^3 =$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 =$ **d)** $\frac{1}{2^{-3}} =$

Exercice 1.23: Trouver, si elles existent, toutes les valeurs de x qui vérifient les égalités suivantes :

a) $2^3 \cdot 2^x = 2^5$ **b)** $(-2)^3 = x$ **c)** $-x^2 = -25$

d) $(-2)^x = 8$ **e)** $6^3 \cdot 6^x = 6^3$ **f)** $(2)^{2^x} = 256$

g) $x^x = 27$ **h)** $x^3 = 1$ **i)** $-x^3 = 1$

j) $(-x)^3 = -1$ **k)** $[(-5)^{-1}]^x = -125$ **l)** $7^5 : 7^x = 7^2$

m) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = x$ **n)** $10^x = \frac{1}{100}$ **o)** $\frac{10^3}{10^x} = 10^5$

Introduction : Le nombre $602'214'000'000'000'000'000'000$ n'est pas très pratique à écrire. On préférera le noter « en notation scientifique » comme $6{,}02214 \times 10^{23}$.

Écrire un nombre en notation scientifique signifie écrire ce nombre comme produit d'un nombre compris entre 1 et 10 par une puissance de 10.

Les puissances de 10 prennent des formes très particulières :

$$10^5 = 100'000$$
$$10^{-5} = 0{,}000\,01$$
$$10^0 = 1$$

Modèle 13 : Écrire les nombres suivants en notation scientifique :

un nombre en notation scientifique

a) 23'346,2 **b)** 0,004 53

Modèle 14 : **a)** Calculer (avec la calculatrice) et donner la réponse en notation scientifique de : $\dfrac{3{,}21\cdot 10^{-3}\times 2{,}11\cdot 10^{4}}{2{,}17\cdot 10^{2}}$

un calcul avec notation scientifique

b) Quelles touches particulières de la calculatrice utilise-t-on pour ce type de calcul ?

Exercice 1.24: Calculer (réponse en notation scientifique)

a) $\dfrac{6{,}23\cdot 10^{5}\times 7{,}21\cdot 10^{7}}{1{,}24\cdot 10^{-2}}$ **b)** $\dfrac{3{,}02\cdot 10^{-6}\times 2{,}21\cdot 10^{2}}{7{,}39\cdot 10^{3}}$

c) $\dfrac{6{,}23\cdot 10^{-3}\times 3{,}55\cdot 10^{5}}{1{,}24\cdot 10^{-5}\times 3{,}21\cdot 10^{-2}}$ **d)** $\dfrac{7{,}32\cdot 10^{8}\times 8{,}21\cdot 10^{-3}}{1{,}13\cdot 10^{-12}}$

Exercice 1.25: Sachant que la lumière se déplace à la vitesse de 300'000 kilomètres par seconde, calculer la longueur d'une année-lumière (AL), c'est-à-dire la distance parcourue par la lumière en une année (réponse en m).

1.9 Calculs contenant des racines carrées

Introduction : Les calculs où interviennent des racines carrées peuvent poser quelques problèmes au moment de vérifier les solutions.

En effet, le nombre $\sqrt{2}+\sqrt{8}$ s'écrit aussi $\sqrt{18}$.

De même, le nombre $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ est égal à $\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Il est donc utile de savoir écrire les expressions contenant des racines de plusieurs façons.

Définition : On note $r=\sqrt{a}$ si r est le nombre positif dont le carré vaut a.

Règles de calcul : Pour des nombres positifs a et b :

$$\sqrt{a^2} = a$$
$$(\sqrt{a})^2 = a$$
$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$
$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

Modèle 15 : **a)** simplifier $\sqrt{72}$

simplifications de racines

b) simplifier $\sqrt{75} - \sqrt{3}$

c) simplifier $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$

Modèle 16 : **a)** simplifier $\dfrac{6 + \sqrt{18}}{3}$

simplifications de racines

b) simplifier $\sqrt{\dfrac{9}{2}}$

Exercice 1.26: Calculer $\sqrt{\sqrt{60 + \sqrt{16}} + 1}$

Exercice 1.27: Simplifier

a) $\sqrt{72}$

b) $\sqrt{12}$

c) $\sqrt{360} - \sqrt{40}$

d) $\sqrt{98} - \sqrt{8} + 3\sqrt{2}$

e) $\dfrac{2}{\sqrt{8}}$

f) $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

g) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

h) $\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$

i) $\sqrt{\dfrac{5}{16}}$

j) $\sqrt{\dfrac{7}{8}}$

k) $\dfrac{2 - \sqrt{12}}{4}$

l) $\dfrac{5 + \sqrt{50}}{10}$