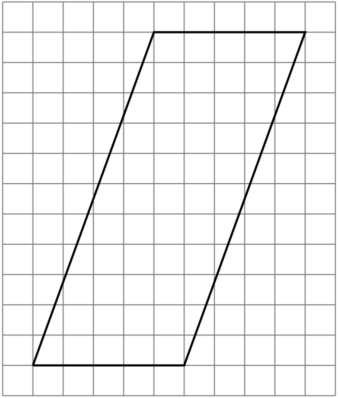
GYMNASE DE BURIER

Géométrie vectorielle

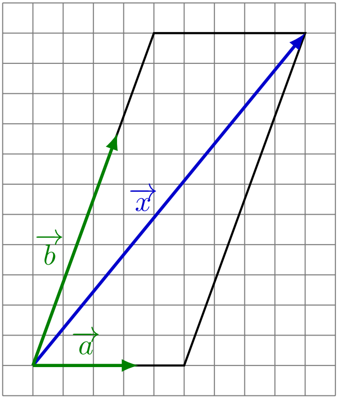
Chapitre 2 - Bases de vecteurs

Sarah Dégallier Rochat

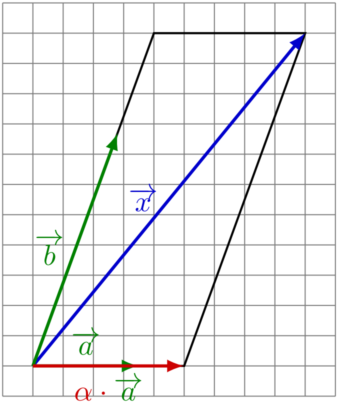
1. Base de l'ensemble des vecteurs du plan



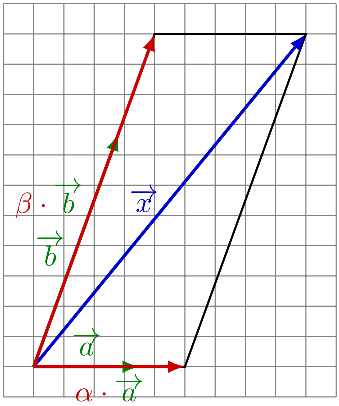
1. Base de l'ensemble des vecteurs du plan



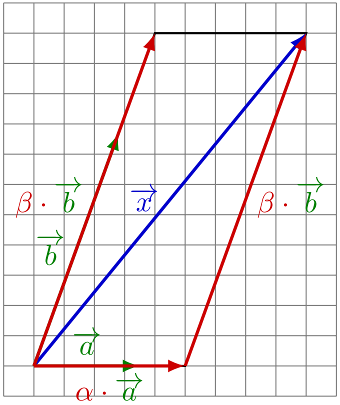
1. Base de l'ensemble des vecteurs du plan



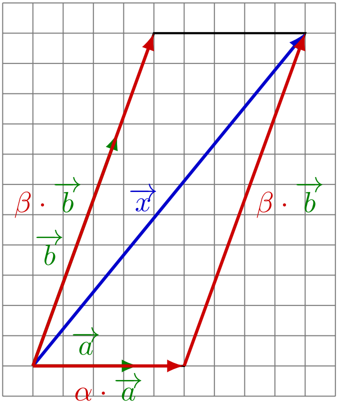
1. Base de l'ensemble des vecteurs du plan



1. Base de l'ensemble des vecteurs du plan



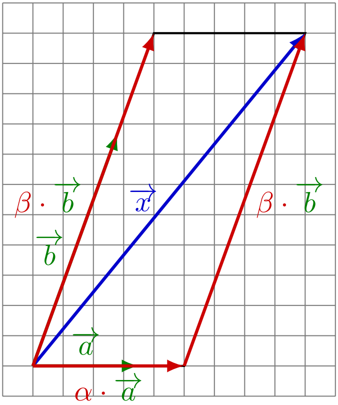
1. Base de l'ensemble des vecteurs du plan



On peut décomposer le vecteur comme :

$$\overrightarrow{x} = \alpha \cdot \overrightarrow{a} + \beta \cdot \overrightarrow{b}$$

1. Base de l'ensemble des vecteurs du plan



On peut décomposer le vecteur comme :

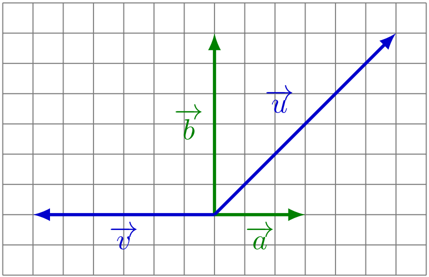
$$\overrightarrow{x} = \alpha \cdot \overrightarrow{a} + \beta \cdot \overrightarrow{b}$$

Dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\,\overrightarrow{b})$, on écrit

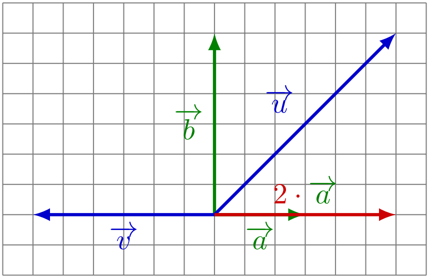
$$\overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}$$

où α, β sont les composantes linéaires de $\overrightarrow{x}$.

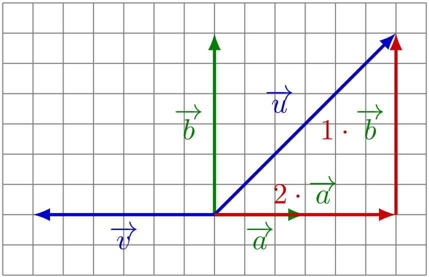
<u>Exemple 1.1</u> Soit $(\overrightarrow{a}\,;\,\overrightarrow{b})$ une base. On cherche les composantes des vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$.



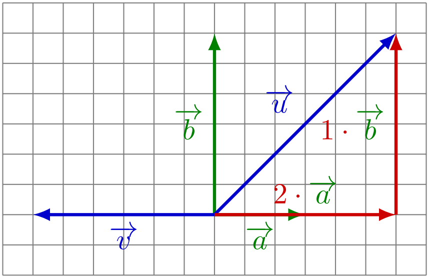
Exemple 1.1 Soit $(\overrightarrow{a}; \overrightarrow{b})$ une base. On cherche les composantes des vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$.



Exemple 1.1 Soit $(\overrightarrow{a}\,;\,\overrightarrow{b})$ une base. On cherche les composantes des vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$.

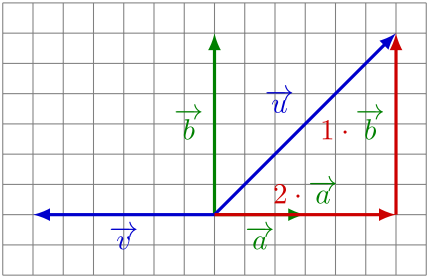


Exemple 1.1 Soit $(\overrightarrow{a}; \overrightarrow{b})$ une base. On cherche les composantes des vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$.



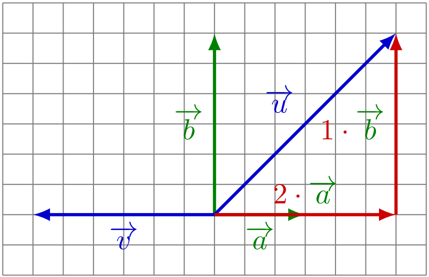
$$\overrightarrow{u} = 2 \cdot \overrightarrow{a} + 1 \cdot \overrightarrow{b}$$

<u>Exemple 1.1</u> Soit $(\overrightarrow{a}; \overrightarrow{b})$ une base. On cherche les composantes des vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$.



$$\overrightarrow{u} = 2 \cdot \overrightarrow{a} + 1 \cdot \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

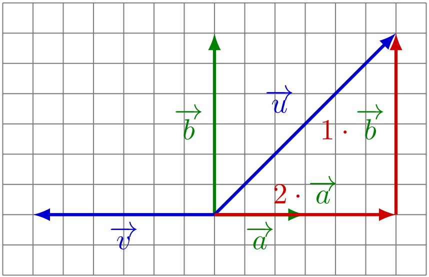
<u>Exemple 1.1</u> Soit $(\overrightarrow{a}\,;\,\overrightarrow{b})$ une base. On cherche les composantes des vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$.



$$\overrightarrow{u} = 2 \cdot \overrightarrow{a} + 1 \cdot \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

De même,

Exemple 1.1 Soit $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$ une base. On cherche les composantes des vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$.

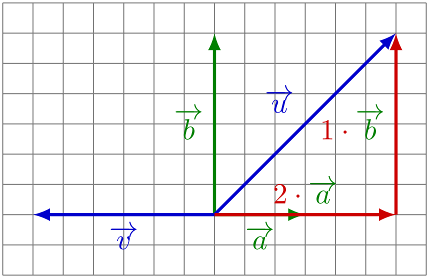


$$\overrightarrow{u} = 2 \cdot \overrightarrow{a} + 1 \cdot \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

De même,

$$\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Exemple 1.1 Soit $(\overrightarrow{a}; \overrightarrow{b})$ une base. On cherche les composantes des vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$.

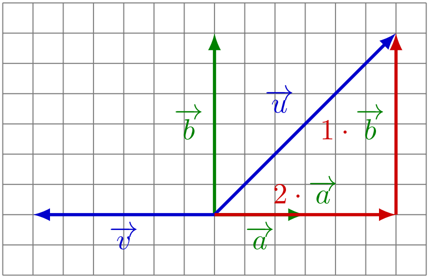


$$\overrightarrow{u} = 2 \cdot \overrightarrow{a} + 1 \cdot \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

De même,

$$\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Exemple 1.1 Soit $(\overrightarrow{a}; \overrightarrow{b})$ une base. On cherche les composantes des vecteurs $\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{v}$, $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$.



$$\overrightarrow{u} = 2 \cdot \overrightarrow{a} + 1 \cdot \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \overrightarrow{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

De même,

$$\overrightarrow{v} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Application 1.1 Si $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix}$, on peut calculer les composantes des vecteurs suivants.

1. $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b}$

<u>Application 1.1</u> Si $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix}$, on peut calculer les composantes des vecteurs suivants.

1. $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix}$

Application 1.1 Si $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix}$, on peut calculer les composantes des vecteurs suivants.

1. $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+7 \\ 4+(-10) \end{pmatrix}$

Application 1.1 Si $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix}$, on peut calculer les composantes des vecteurs suivants.

1. $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+7 \\ 4+(-10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -6 \end{pmatrix}$

Application 1.1 Si $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix}$, on peut calculer les composantes des vecteurs suivants.

1. $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+7 \\ 4+(-10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -6 \end{pmatrix}$

2. $7 \cdot \overrightarrow{a}$

Application 1.1 Si $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix}$, on peut calculer les composantes des vecteurs suivants.

1. $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+7 \\ 4+(-10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -6 \end{pmatrix}$

2. $7 \cdot \overrightarrow{a} = 7 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$

Application 1.1 Si $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix}$, on peut calculer les composantes des vecteurs suivants.

1. $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+7 \\ 4+(-10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -6 \end{pmatrix}$

2. $7 \cdot \overrightarrow{a} = 7 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 3 \\ 7 \cdot 4 \end{pmatrix}$

Application 1.1 Si $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix}$, on peut calculer les composantes des vecteurs suivants.

1. $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+7 \\ 4+(-10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -6 \end{pmatrix}$

2. $7 \cdot \overrightarrow{a} = 7 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 3 \\ 7 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 28 \end{pmatrix}$

Application 1.1 Si $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix}$, on peut calculer les composantes des vecteurs suivants.

1. $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+7 \\ 4+(-10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -6 \end{pmatrix}$

2. $7 \cdot \overrightarrow{a} = 7 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 3 \\ 7 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 28 \end{pmatrix}$

3. $3 \cdot \overrightarrow{a} - 2 \cdot \overrightarrow{b}$

Application 1.1 Si $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix}$, on peut calculer les composantes des vecteurs suivants.

1. $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+7 \\ 4+(-10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -6 \end{pmatrix}$

2. $7 \cdot \overrightarrow{a} = 7 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 3 \\ 7 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 28 \end{pmatrix}$

3. $3 \cdot \overrightarrow{a} - 2 \cdot \overrightarrow{b} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix}$

Application 1.1 Si $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix}$, on peut calculer les composantes des vecteurs suivants.

1. $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+7 \\ 4+(-10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -6 \end{pmatrix}$

2. $7 \cdot \overrightarrow{a} = 7 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 3 \\ 7 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 28 \end{pmatrix}$

3. $3 \cdot \overrightarrow{a} - 2 \cdot \overrightarrow{b} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 3 - 2 \cdot 7 \\ 3 \cdot 4 - 2 \cdot (-10) \end{pmatrix}$

Application 1.1 Si $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix}$, on peut calculer les composantes des vecteurs suivants.

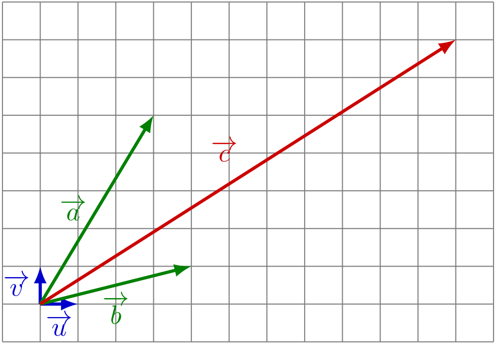
1. $\overrightarrow{a} + \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3+7 \\ 4+(-10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ -6 \end{pmatrix}$

2. $7 \cdot \overrightarrow{a} = 7 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \cdot 3 \\ 7 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 21 \\ 28 \end{pmatrix}$

3. $3 \cdot \overrightarrow{a} - 2 \cdot \overrightarrow{b} = 3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} - 2 \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 3 - 2 \cdot 7 \\ 3 \cdot 4 - 2 \cdot (-10) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 32 \end{pmatrix}$

2. Changement de base

Exemple 2.1

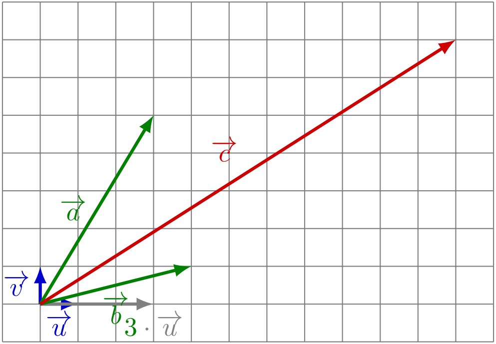


Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v})$?

Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$?

2. Changement de base

Exemple 2.1

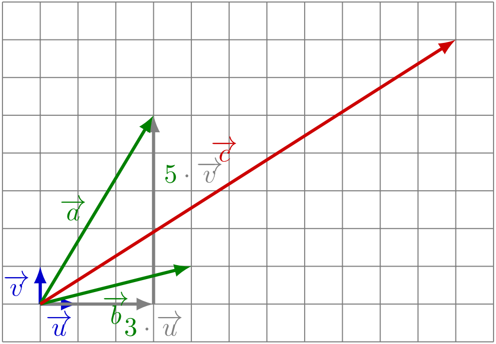


Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v})$?

Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$?

2. Changement de base

Exemple 2.1

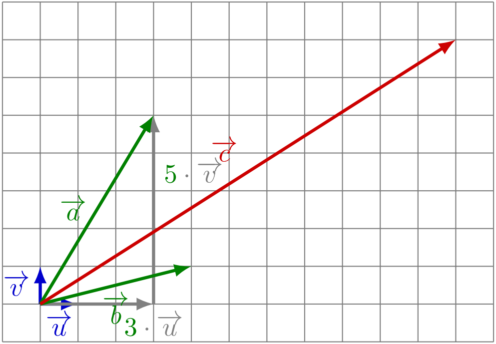


Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v})$?

Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$?

2. Changement de base

Exemple 2.1



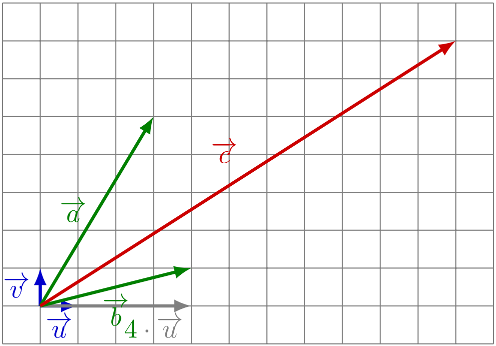
Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v})$?

$\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$?

2. Changement de base

Exemple 2.1



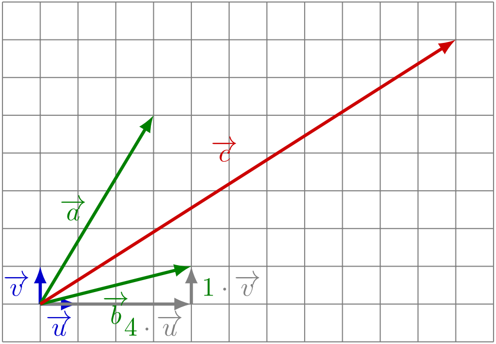
Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v})$?

$$\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$?

2. Changement de base

Exemple 2.1



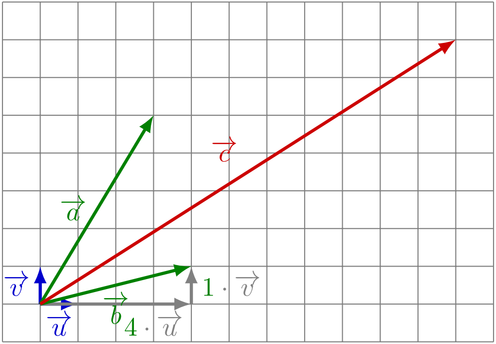
Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v})$?

$$\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$$

Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$?

2. Changement de base

Exemple 2.1



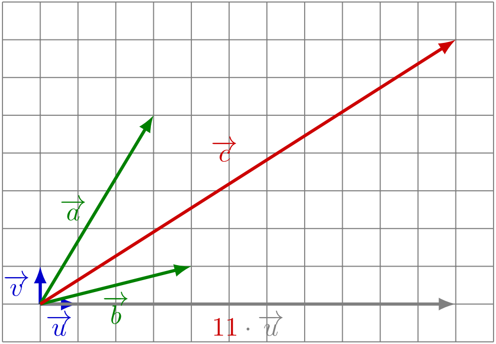
Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v})$?

$\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$?

2. Changement de base

Exemple 2.1



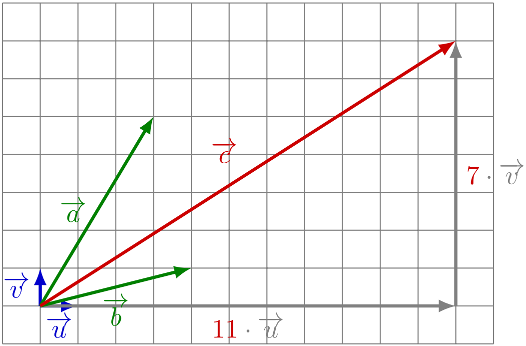
Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v})$?

$\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$?

2. Changement de base

Exemple 2.1



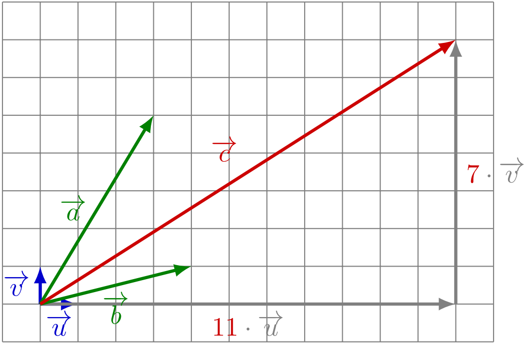
Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v})$?

$\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$?

2. Changement de base

Exemple 2.1



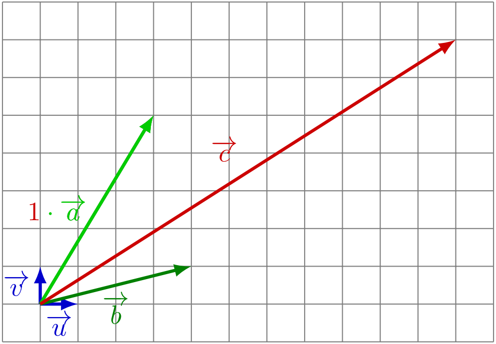
Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v})$?

$\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \end{pmatrix}$

Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$?

2. Changement de base

Exemple 2.1



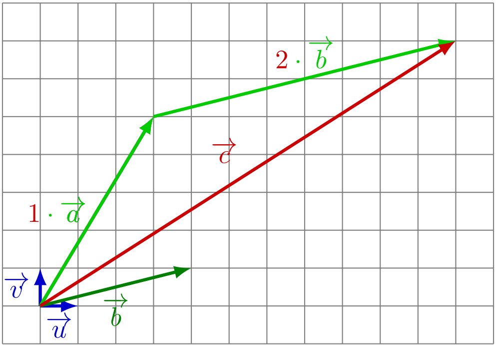
Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v})$?

$\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \end{pmatrix}$

Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$?

2. Changement de base

<u>Exemple 2.1</u>



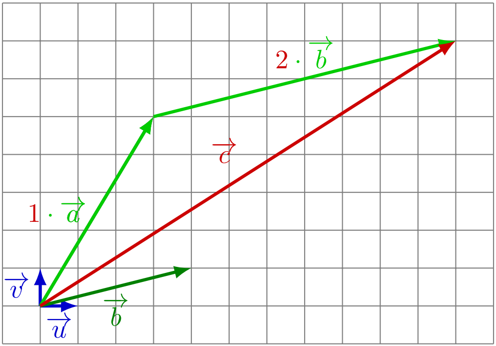
Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v})$?

$\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \end{pmatrix}$

Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$?

2. Changement de base

Exemple 2.1



Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{a}$, $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v})$?

$\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \end{pmatrix}$

Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$? $\overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

Exemple 2.2 Soit $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \end{pmatrix}$ trois vecteurs donnés dans une base $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v})$. Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$?

<u>Exemple 2.2</u> Soit $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \end{pmatrix}$ trois vecteurs donnés dans une base $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v})$. Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$?

On cherche α et β tels que

$$\overrightarrow{c} = \alpha \cdot \overrightarrow{a} + \beta \cdot \overrightarrow{b}$$

<u>Exemple 2.2</u> Soit $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \end{pmatrix}$ trois vecteurs donnés dans une base $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v})$. Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$?

On cherche α et β tels que

$$\overrightarrow{c} = \alpha \cdot \overrightarrow{a} + \beta \cdot \overrightarrow{b}$$

On passe aux composantes :

$$\begin{pmatrix} 11 \\ 7 \end{pmatrix} = \alpha \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \beta \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Exemple 2.2 Soit $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \end{pmatrix}$ trois vecteurs donnés dans une base $(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v})$. Quelles sont les composantes de $\overrightarrow{c}$ dans la base $(\overrightarrow{a}\,;\overrightarrow{b})$?

On cherche α et β tels que

$$\overrightarrow{c} = \alpha \cdot \overrightarrow{a} + \beta \cdot \overrightarrow{b}$$

On passe aux composantes :

$$\begin{pmatrix} 11 \\ 7 \end{pmatrix} = \alpha \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + \beta \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

On réécrit sous forme de système d'équations :

$$\begin{cases} 11 = 3\alpha + 4\beta \\ 7 = 5\alpha + \beta \end{cases}$$

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta$$

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On remplace dans la première équation :

$$11 = 3\alpha + 4\beta$$

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On remplace dans la première équation :

$$11 = 3\alpha + 4\beta \qquad \boxed{\beta = 7 - 5\alpha}$$

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On remplace dans la première équation :

$$11 = 3\alpha + 4\beta \qquad \boxed{\beta = 7 - 5\alpha}$$

$$\Leftrightarrow 11 = 3\alpha + 4(7 - 5\alpha)$$

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On remplace dans la première équation :

$$11 = 3\alpha + 4\beta \qquad \boxed{\beta = 7 - 5\alpha}$$

$$\Leftrightarrow 11 = 3\alpha + 4(7 - 5\alpha) \qquad \boxed{CL}$$

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On remplace dans la première équation :

$$11 = 3\alpha + 4\beta \qquad \boxed{\beta = 7 - 5\alpha}$$

$$\Leftrightarrow 11 = 3\alpha + 4(7 - 5\alpha) \qquad \boxed{CL}$$

$$\Leftrightarrow 11 = 3\alpha + 28 - 20\alpha$$

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On remplace dans la première équation :

$$11 = 3\alpha + 4\beta \qquad \boxed{\beta = 7 - 5\alpha}$$

$$\Leftrightarrow 11 = 3\alpha + 4(7 - 5\alpha) \qquad \boxed{CL}$$

$$\Leftrightarrow 11 = 3\alpha + 28 - 20\alpha \qquad \boxed{-28}$$

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On remplace dans la première équation :

$$\begin{aligned}
& 11 = 3\alpha + 4\beta && \boxed{\beta = 7 - 5\alpha} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 4(7 - 5\alpha) && \boxed{CL} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 28 - 20\alpha && \boxed{-28} \\
\Leftrightarrow\ & -17 = -17\alpha
\end{aligned}$$

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On remplace dans la première équation :

$$\begin{aligned}
& 11 = 3\alpha + 4\beta && \boxed{\beta = 7 - 5\alpha} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 4(7 - 5\alpha) && \boxed{CL} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 28 - 20\alpha && \boxed{-28} \\
\Leftrightarrow\ & -17 = -17\alpha && \boxed{\div(-17), \leftrightarrow}
\end{aligned}$$

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On remplace dans la première équation :

$$11 = 3\alpha + 4\beta \qquad \boxed{\beta = 7 - 5\alpha}$$

$$\Leftrightarrow 11 = 3\alpha + 4(7 - 5\alpha) \qquad \boxed{CL}$$

$$\Leftrightarrow 11 = 3\alpha + 28 - 20\alpha \qquad \boxed{-28}$$

$$\Leftrightarrow -17 = -17\alpha \qquad \boxed{\div(-17), \leftrightarrow}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = 1$$

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On remplace dans la première équation :

$$\begin{aligned}
& 11 = 3\alpha + 4\beta && \boxed{\beta = 7 - 5\alpha} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 4(7 - 5\alpha) && \boxed{CL} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 28 - 20\alpha && \boxed{-28} \\
\Leftrightarrow\ & -17 = -17\alpha && \boxed{\div(-17), \leftrightarrow} \\
\Leftrightarrow\ & \alpha = 1 &&
\end{aligned}$$

On remplace dans l'équation de substitution

$$\beta = 7 - 5\alpha$$

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On remplace dans la première équation :

$$\begin{aligned}
& 11 = 3\alpha + 4\beta && \boxed{\beta = 7 - 5\alpha} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 4(7 - 5\alpha) && \boxed{CL} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 28 - 20\alpha && \boxed{-28} \\
\Leftrightarrow\ & -17 = -17\alpha && \boxed{\div(-17), \leftrightarrow} \\
\Leftrightarrow\ & \alpha = 1 &&
\end{aligned}$$

On remplace dans l'équation de substitution

$$\beta = 7 - 5\alpha \overset{\alpha=1}{\Rightarrow} \beta = 7 - 5 \cdot 1 = 2$$

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On remplace dans la première équation :

$$\begin{aligned}
& 11 = 3\alpha + 4\beta && \boxed{\beta = 7 - 5\alpha} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 4(7 - 5\alpha) && \boxed{CL} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 28 - 20\alpha && \boxed{-28} \\
\Leftrightarrow\ & -17 = -17\alpha && \boxed{\div(-17), \leftrightarrow} \\
\Leftrightarrow\ & \alpha = 1 &&
\end{aligned}$$

On remplace dans l'équation de substitution

$$\beta = 7 - 5\alpha \overset{\alpha=1}{\Rightarrow} \beta = 7 - 5 \cdot 1 = 2$$

On a donc $\overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On remplace dans la première équation :

$$\begin{aligned}
& 11 = 3\alpha + 4\beta && \boxed{\beta = 7 - 5\alpha} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 4(7 - 5\alpha) && \boxed{CL} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 28 - 20\alpha && \boxed{-28} \\
\Leftrightarrow\ & -17 = -17\alpha && \boxed{\div(-17), \leftrightarrow} \\
\Leftrightarrow\ & \alpha = 1 &&
\end{aligned}$$

On remplace dans l'équation de substitution

$$\beta = 7 - 5\alpha \overset{\alpha=1}{\Rightarrow} \beta = 7 - 5 \cdot 1 = 2$$

On a donc $\overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. On vérifie la solution :

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On remplace dans la première équation :

$$\begin{aligned}
& 11 = 3\alpha + 4\beta && \boxed{\beta = 7 - 5\alpha} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 4(7 - 5\alpha) && \boxed{CL} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 28 - 20\alpha && \boxed{-28} \\
\Leftrightarrow\ & -17 = -17\alpha && \boxed{\div(-17), \leftrightarrow} \\
\Leftrightarrow\ & \alpha = 1 &&
\end{aligned}$$

On remplace dans l'équation de substitution

$$\beta = 7 - 5\alpha \overset{\alpha=1}{\Rightarrow} \beta = 7 - 5 \cdot 1 = 2$$

On a donc $\overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. On vérifie la solution :

$$\overrightarrow{c} = 1 \cdot \overrightarrow{a} + 2 \cdot \overrightarrow{b}$$

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On remplace dans la première équation :

$$\begin{aligned}
& 11 = 3\alpha + 4\beta && \boxed{\beta = 7 - 5\alpha} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 4(7 - 5\alpha) && \boxed{CL} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 28 - 20\alpha && \boxed{-28} \\
\Leftrightarrow\ & -17 = -17\alpha && \boxed{\div(-17), \leftrightarrow} \\
\Leftrightarrow\ & \alpha = 1
\end{aligned}$$

On remplace dans l'équation de substitution

$$\beta = 7 - 5\alpha \overset{\alpha=1}{\Rightarrow} \beta = 7 - 5 \cdot 1 = 2$$

On a donc $\overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. On vérifie la solution :

$$\overrightarrow{c} = 1 \cdot \overrightarrow{a} + 2 \cdot \overrightarrow{b} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On remplace dans la première équation :

$$\begin{aligned}
& 11 = 3\alpha + 4\beta && \boxed{\beta = 7 - 5\alpha} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 4(7 - 5\alpha) && \boxed{CL} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 28 - 20\alpha && \boxed{-28} \\
\Leftrightarrow\ & -17 = -17\alpha && \boxed{\div(-17), \leftrightarrow} \\
\Leftrightarrow\ & \alpha = 1
\end{aligned}$$

On remplace dans l'équation de substitution

$$\beta = 7 - 5\alpha \overset{\alpha=1}{\Rightarrow} \beta = 7 - 5 \cdot 1 = 2$$

On a donc $\overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. On vérifie la solution :

$$\overrightarrow{c} = 1 \cdot \overrightarrow{a} + 2 \cdot \overrightarrow{b} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \end{pmatrix}$$

On résoud par substitution en utilisant la deuxième équation :

$$7 = 5\alpha + \beta \Leftrightarrow \beta = 7 - 5\alpha$$

On remplace dans la première équation :

$$\begin{aligned}
& 11 = 3\alpha + 4\beta && \boxed{\beta = 7 - 5\alpha} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 4(7 - 5\alpha) && \boxed{CL} \\
\Leftrightarrow\ & 11 = 3\alpha + 28 - 20\alpha && \boxed{-28} \\
\Leftrightarrow\ & -17 = -17\alpha && \boxed{\div(-17), \leftrightarrow} \\
\Leftrightarrow\ & \alpha = 1 &&
\end{aligned}$$

On remplace dans l'équation de substitution

$$\beta = 7 - 5\alpha \overset{\alpha=1}{\Rightarrow} \beta = 7 - 5 \cdot 1 = 2$$

On a donc $\overrightarrow{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$. On vérifie la solution :

$$\overrightarrow{c} = 1 \cdot \overrightarrow{a} + 2 \cdot \overrightarrow{b} = 1 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} + 2 \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \end{pmatrix} \quad \checkmark$$

3. Vecteurs colinéaires

Rappel 3.1 Deux vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même direction :

3. Vecteurs colinéaires

Rappel 3.1 Deux vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même direction :

$$\boxed{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \text{ sont colinéaires } \Leftrightarrow \text{Il existe k tel que } \overrightarrow{b} = k \cdot \overrightarrow{a}}$$

3. Vecteurs colinéaires

Rappel 3.1 Deux vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même direction :

$$\boxed{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \text{ sont colinéaires } \Leftrightarrow \text{Il existe k tel que } \overrightarrow{b} = k \cdot \overrightarrow{a}}$$

Exemple 3.1 Les couples de vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

3. Vecteurs colinéaires

Rappel 3.1 Deux vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même direction :

$$\boxed{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \text{ sont colinéaires } \Leftrightarrow \text{Il existe k tel que } \overrightarrow{b} = k \cdot \overrightarrow{a}}$$

Exemple 3.1 Les couples de vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

1. $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$

3. Vecteurs colinéaires

Rappel 3.1 Deux vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même direction :

$$\boxed{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \text{ sont colinéaires } \Leftrightarrow \text{Il existe } k \text{ tel que } \overrightarrow{b} = k \cdot \overrightarrow{a}}$$

Exemple 3.1 Les couples de vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

1. $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$

$$k\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 = k \cdot 3 \\ -18 = k \cdot 6 \end{cases}$$

3. Vecteurs colinéaires

Rappel 3.1 Deux vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même direction :

$$\boxed{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \text{ sont colinéaires } \Leftrightarrow \text{Il existe } k \text{ tel que } \overrightarrow{b} = k \cdot \overrightarrow{a}}$$

Exemple 3.1 Les couples de vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

1. $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$

$$k\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 = k \cdot 3 \\ -18 = k \cdot 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -3 \\ k = -3 \end{cases} \quad \checkmark$$

3. Vecteurs colinéaires

Rappel 3.1 Deux vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même direction :

$$\boxed{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \text{ sont colinéaires } \Leftrightarrow \text{Il existe } k \text{ tel que } \overrightarrow{b} = k \cdot \overrightarrow{a}}$$

Exemple 3.1 Les couples de vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

1. $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$

$$k\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 = k \cdot 3 \\ -18 = k \cdot 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -3 \\ k = -3 \end{cases} \quad \checkmark$$

On a que $3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$.

3. Vecteurs colinéaires

Rappel 3.1 Deux vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même direction :

$$\boxed{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \text{ sont colinéaires } \Leftrightarrow \text{Il existe } k \text{ tel que } \overrightarrow{b} = k \cdot \overrightarrow{a}}$$

Exemple 3.1 Les couples de vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

1. $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$

$$k\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 = k \cdot 3 \\ -18 = k \cdot 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -3 \\ k = -3 \end{cases} \quad \checkmark$$

On a que $3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$.

3. Vecteurs colinéaires

Rappel 3.1 Deux vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même direction :

$$\boxed{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \text{ sont colinéaires } \Leftrightarrow \text{Il existe k tel que } \overrightarrow{b} = k \cdot \overrightarrow{a}}$$

Exemple 3.1 Les couples de vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

1. $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$

$$k\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 = k \cdot 3 \\ -18 = k \cdot 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -3 \\ k = -3 \end{cases} \quad \checkmark$$

On a que $3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$. Les vecteurs sont donc colinéaires.

3. Vecteurs colinéaires

Rappel 3.1 Deux vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même direction :

$$\boxed{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \text{ sont colinéaires } \Leftrightarrow \text{Il existe } k \text{ tel que } \overrightarrow{b} = k \cdot \overrightarrow{a}}$$

Exemple 3.1 Les couples de vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

1. $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$

$$k\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 = k \cdot 3 \\ -18 = k \cdot 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -3 \\ k = -3 \end{cases} \quad \checkmark$$

On a que $3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$. Les vecteurs sont donc colinéaires.

3. Vecteurs colinéaires

Rappel 3.1 Deux vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même direction :

$$\boxed{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \text{ sont colinéaires } \Leftrightarrow \text{Il existe } k \text{ tel que } \overrightarrow{b} = k \cdot \overrightarrow{a}}$$

Exemple 3.1 Les couples de vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

1. $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$

$$k\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 = k \cdot 3 \\ -18 = k \cdot 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -3 \\ k = -3 \end{cases} \quad \checkmark$$

On a que $3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$. Les vecteurs sont donc colinéaires.

2. $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ -14 \end{pmatrix}$

3. Vecteurs colinéaires

Rappel 3.1 Deux vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même direction :

$$\boxed{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \text{ sont colinéaires } \Leftrightarrow \text{Il existe } k \text{ tel que } \overrightarrow{b} = k \cdot \overrightarrow{a}}$$

Exemple 3.1 Les couples de vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

1. $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$

$$k\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 = k \cdot 3 \\ -18 = k \cdot 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -3 \\ k = -3 \end{cases} \quad \checkmark$$

On a que $3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$. Les vecteurs sont donc colinéaires.

2. $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ -14 \end{pmatrix}$

$$k\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \begin{cases} k \cdot 3 = 6 \\ k \cdot 7 = -14 \end{cases}$$

3. Vecteurs colinéaires

Rappel 3.1 Deux vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même direction :

$$\boxed{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \text{ sont colinéaires } \Leftrightarrow \text{Il existe } k \text{ tel que } \overrightarrow{b} = k \cdot \overrightarrow{a}}$$

Exemple 3.1 Les couples de vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

1. $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$

$$k\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 = k \cdot 3 \\ -18 = k \cdot 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -3 \\ k = -3 \end{cases} \checkmark$$

On a que $3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$. Les vecteurs sont donc colinéaires.

2. $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ -14 \end{pmatrix}$

$$k\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \begin{cases} k \cdot 3 = 6 \\ k \cdot 7 = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = -2 \end{cases} ✘$$

3. Vecteurs colinéaires

Rappel 3.1 Deux vecteurs sont colinéaires s'ils ont la même direction :

$$\boxed{\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b} \text{ sont colinéaires } \Leftrightarrow \text{Il existe } k \text{ tel que } \overrightarrow{b} = k \cdot \overrightarrow{a}}$$

Exemple 3.1 Les couples de vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

1. $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$

$$k\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \begin{cases} -9 = k \cdot 3 \\ -18 = k \cdot 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -3 \\ k = -3 \end{cases} \quad \checkmark$$

On a que $3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -18 \end{pmatrix}$. Les vecteurs sont donc colinéaires.

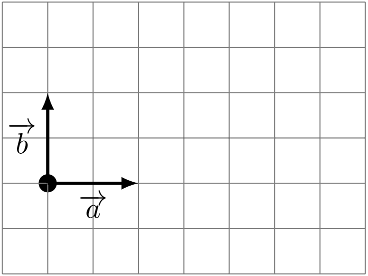
2. $\overrightarrow{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ -14 \end{pmatrix}$

$$k\overrightarrow{a} = \overrightarrow{b} \Leftrightarrow \begin{cases} k \cdot 3 = 6 \\ k \cdot 7 = -14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = -2 \end{cases} \quad ✘$$

Les vecteurs ne sont pas colinéaires.

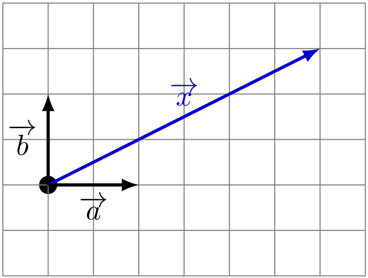
4. Condition pour que des vecteurs forment une base

Propriété 4.1 Deux vecteurs peuvent former une base s'ils ne sont pas colinéaires.



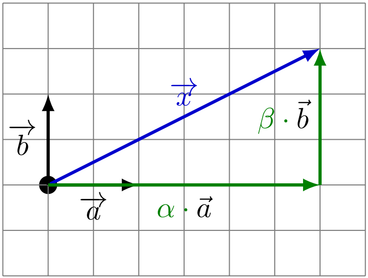
4. Condition pour que des vecteurs forment une base

Propriété 4.1 Deux vecteurs peuvent former une base s'ils ne sont pas colinéaires.



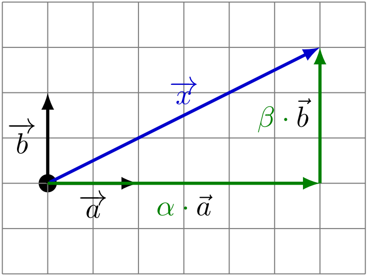
4. Condition pour que des vecteurs forment une base

Propriété 4.1 Deux vecteurs peuvent former une base s'ils ne sont pas colinéaires.



4. Condition pour que des vecteurs forment une base

Propriété 4.1 Deux vecteurs peuvent former une base s'ils ne sont pas colinéaires.

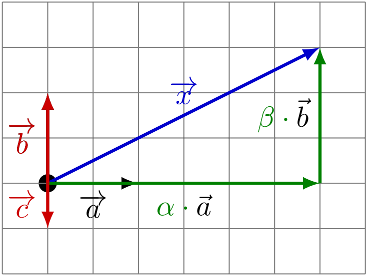


Les vecteurs $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$ ne sont pas colinéaires : on peut exprimer n'importe quel vecteur du plan

$$\overrightarrow{x} = \alpha \cdot \overrightarrow{a} + \beta \cdot \overrightarrow{b}$$

4. Condition pour que des vecteurs forment une base

Propriété 4.1 Deux vecteurs peuvent former une base s'ils ne sont pas colinéaires.

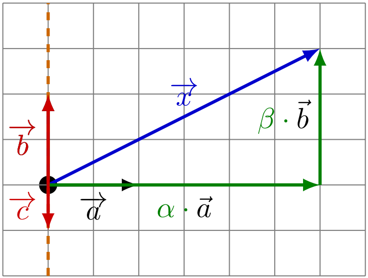


Les vecteurs $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$ ne sont pas colinéaires : on peut exprimer n'importe quel vecteur du plan

$$\overrightarrow{x} = \alpha \cdot \overrightarrow{a} + \beta \cdot \overrightarrow{b}$$

4. Condition pour que des vecteurs forment une base

Propriété 4.1 Deux vecteurs peuvent former une base s'ils ne sont pas colinéaires.



Les vecteurs $\overrightarrow{a}$ et $\overrightarrow{b}$ ne sont pas colinéaires : on peut exprimer n'importe quel vecteur du plan

$$\overrightarrow{x} = \alpha \cdot \overrightarrow{a} + \beta \cdot \overrightarrow{b}$$

Les vecteurs $\overrightarrow{b}$ et $\overrightarrow{c}$ sont colinéaires : on ne peut exprimer que des vecteurs de même direction.

Exemple 4.1 Les vecteurs $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ peuvent-ils former une base ?

On pose

Exemple 4.1 Les vecteurs $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ peuvent-ils former une base ?

On pose

$$\begin{cases} k \cdot 3 = 5 \\ k \cdot 2 = 1 \end{cases}$$

Exemple 4.1 Les vecteurs $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ peuvent-ils former une base ?

On pose

$$\begin{cases} k \cdot 3 = 5 \\ k \cdot 2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{5}{3} \\ k = \frac{1}{2} \end{cases} \quad ✗$$

Exemple 4.1 Les vecteurs $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ peuvent-ils former une base ?

On pose

$$\begin{cases} k \cdot 3 = 5 \\ k \cdot 2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{5}{3} \\ k = \frac{1}{2} \end{cases} \quad ✘$$

Les vecteurs ne sont pas colinéaires.

Exemple 4.1 Les vecteurs $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix}$ peuvent-ils former une base ?

On pose

$$\begin{cases} k \cdot 3 = 5 \\ k \cdot 2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{5}{3} \\ k = \frac{1}{2} \end{cases} ✘$$

Les vecteurs ne sont pas colinéaires. Ils peuvent donc former une base.